Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Tentamen i Linjär algebra
2021-03-24 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker 8 poäng, för betyg VG räcker 14 poäng. Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2020-02-15. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv på omslaget hur många bonuspoäng du har. (B=1, B=2 eller B=3)

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).

För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.
En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).

OBS! Inte korrekta beräkningar som kan kontrolleras betraktas inte som slarvfel.

Följ föreläsnings och lektions anteckningar! **inga** "färdiga" formler för avbildningar, avstånd osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur. Rita alltid en figur!

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

1. Ange den linje $y = kx + m$ som i minsta-kvadratmening bäst ansluter till värdena i nedanstående tabell:

x	1	2	3	4	5
y	5	6	10	12	17

2. Ett plan Π innehåller linjerna $l_1 :\ (x,y,z) = (2,1,3) + t \cdot (-1,2,0)$ och $l_2 :\ (x,y,z) = (3,0,4) + s \cdot (2,1,5)$. Bestäm avståndet mellan Π och origo $(0,0,0)$.

3. Låt $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ i någon högerorienterad ON-bas $\underline{e} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$.

   a) Ange en vektor $\vec{w}$ så att $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ utgör en högerorienterad ortogonal bas.

   b) Skriv basbytesmatrisen från basen $\underline{e}$ till den nya basen.

   c) Skriv vektorn $\vec{u} + 3\vec{e}_2$ i de båda baserna.

4. En linjär avbildning i planet har i en viss ON-bas $\underline{e} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ matrisen $A_e = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

   Bestäm avbildningsmatrisen A_f i basen $\underline{f} = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2\}$ där $\vec{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 - \vec{e}_2)$ och $\vec{f}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{e}_1 + \vec{e}_2)$.

5.

   a) Ange matrisen för den ortogonala projektionen P på planet $\Pi :\ 3x - 4y + z = 0$
   Motivera noga. Rita figur med tydliga beteckningar. (2p)

   b) Bestäm bilden $P(\vec{u})$ för vektor $\vec{u} = (4,3,0)$. (1p)

6.

   a) En linjär avbildning F i rummet har egenvärden $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 5$. Ange avbildningens sekularpolynomet. (1p)

   b) Antag nu att F är symmetrisk och att $\vec{v}_1 = (1,2,1)$ och $\vec{v}_2 = (-2,0,2)$ är två egenvektorer tillhörande λ_1 respektive λ_2. Ange en egenvektor tillhörande λ_3.
   (2p)

lycka till !