Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

Tentamen i Linjär algebra

2016-08-17 kl 08-13

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg G räcker 8 poäng, för betyg VG räcker 14 poäng.

Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2016-02-06. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

---

1. Låt ℓ vara linjen med parameterform $(x,y,z)=(1,1,0)+s(1,2,3)$ och låt ℓ_1 vara skärningslinjen mellan planet $x+y+z=1$ och planet $z=0$.

a) Skriv ℓ_1 på parameterform. 1p

b) Beräkna avståndet mellan ℓ och ℓ_1. 2p

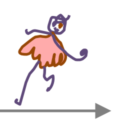
2. Låt S vara speglingen i planet $x-3y+2z=0$. Finn matrisen för S. Beräkna sedan speglingen av planets normalvektor samt av vektorn $(3,8,1)$.

3. Undersök om matrisen

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

har några egenvärden, samt bestäm i förekommande fall dessa tillsammans med motsvarande egenvektorer. Är matrisen diagonaliserbar?

Var god vänd



Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Kurskod: 764G01
Provkod: TEN1

4. Antag att $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ är vektorer i planet, att $|\vec{u}_1| = 6$, $|\vec{u}_2| = 8$, $|\vec{u}_3| = 7$, att $\vec{u}_1$ och $\vec{u}_2$ bildar en vinkel på 30°, att $\vec{u}_1$ och $\vec{u}_3$ bildar en vinkel på 90°, och att $\vec{u}_2$ och $\vec{u}_3$ bildar en vinkel på 120°. Uttryck $\vec{u}_3$ som en linjär kombination av $\vec{u}_1$ och $\vec{u}_2$.

5. Låt $\vec{f}_1 = (1,1,1)$, $\vec{f}_2 = (1,0,1)$ och $\vec{f}_3 = (0,1,1)$.

   a) Visa att $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ bildar en bas för rummet och bestäm basbytesmatrisen från $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ till $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$. Om $\vec{v}$ har koordinaterna $(3,7,2)$ i basen $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$, vad är dess koordinater i basen $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$?

   b) Bestäm koordinaterna för $\vec{u} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{f}_2$ i basen $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$.

6. En linjär avbildning från planet till rummet är en funktion $F : \Re^2 \to \Re^3$ som uppfyller att $F(\vec{u} + \vec{v}) = F(\vec{u}) + F(\vec{v})$ och att $\lambda F(\vec{u}) = F(\lambda \vec{u})$ för alla vektorer $\vec{u}$ och $\vec{v}$ och reella tal λ (alltså precis samma krav som för en linjär avbildning från planet till planet eller från rummet till rummet). Varje sådan avbildning bestäms av en 3×2 matris (på samma sätt som varje avbildning på rummet ges av en 3×3 matris).

   Bestäm matrisen för den avbildning $T : \Re^2 \to \Re^3$ som avbildar vektor $(2,\ 1)$ på $(1,\ 3,\ -1)$ och vektor $(-1,\ 0)$ på $(2,\ 0,\ -1)$. Finn matrisen för denna avbildning.

Lycka till