

1.27 boken

Givet: $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ och $\vec{w} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -10 \end{pmatrix}$

Fråga: Kan man välja talet t så att $(\vec{u} + t\vec{v}) \parallel \vec{w}$, alltså så att $\boxed{(\vec{u} + t\vec{v}) = k \cdot \vec{w}}$
där t och k är konstanter

Sambandet $(\vec{u} + t\vec{v}) = k \cdot \vec{w}$ ger oss

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Alltså $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t \\ 2t \\ 3t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2k \\ -6k \\ -10k \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1+t \\ 1+2t \\ 1+3t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2k \\ -6k \\ -10k \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1+t = -2k \\ 1+2t = -6k \\ 1+3t = -10k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2k-1 \\ 2t = -6k \\ 3t = -10k \end{cases}$$

elv 1)
elv 2)
elv 3)

, insättning av $t = -2k - 1$ i eku. $1+2t = -6k$ ger $1+2(-2k-1) = -6k \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 1-4k-2 = -6k \Leftrightarrow -1 = -2k \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$$

• insättning av $k = \frac{1}{2}$ i $t = -2k - 1$ ger $t = -2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = -1 - 1 = -2$

• alltså $k = \frac{1}{2}$ och $t = -2$ uppfyller elv 1) och elv 2)

• vi kontrollerar nu om $k = \frac{1}{2}$ och $t = -2$ uppfyller eku 3, som är $1+3t = -10k$
då blir $VL = 1+3t = 1+3 \cdot (-2) = 1-6 = -5$

$$HL = -10k = -10 \cdot \frac{1}{2} = -5$$

Ty $VL = HL \Rightarrow k = \frac{1}{2}$ och $t = -2$ uppfyller ekvationssystemet.

Därför $t = -2$ kan väljas så att $(\vec{u} + t\vec{v}) \parallel \vec{w}$.

Vidare för $t = -2$ och $k = \frac{1}{2}$ blir $\vec{u} + t\vec{v} = k\vec{w}$ följande:

$$\vec{u} - 2\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{w}$$

svar: Ja, $\vec{u} - 2\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{w}$