1.52 boken

sök $\vec{w}$: där $\vec{w} \perp \vec{u}$ och $\vec{w} \perp \vec{v}$ och $|\vec{w}| = 1$

Givet: $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

Lösning:

- då $\vec{w} \perp \vec{u}$ och $\vec{w} \perp \vec{v}$ medför att $\vec{w} \,//\, (\vec{u} \times \vec{w})$ alltså $\vec{w} = k(\vec{u} \times \vec{w})$

då blir $\vec{w} = k\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right) = k \begin{pmatrix} 6 - 0 \\ -6 - 3 \\ 0 - (-4) \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6k \\ -9k \\ 4k \end{pmatrix}$

1 -2
2 0

- vidare $|\vec{w}| = 1$ alltså $\left| \begin{pmatrix} 6k \\ -9k \\ 4k \end{pmatrix} \right| = 1 \iff$

$$\iff \sqrt{(6k)^2 + (-9k)^2 + (4k)^2} = 1 \iff 36k^2 + 81k^2 + 16k^2 = 1 \iff 133k^2 = 1 \iff$$

$$\iff k^2 = \frac{1}{133} \iff k = \pm\sqrt{\frac{1}{133}} \iff k = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{133}} \iff k = \pm\frac{1}{\sqrt{133}}$$

- för $k = \pm\frac{1}{\sqrt{133}}$ blir $\vec{w} = k \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$ lika med $\vec{w} = \pm\frac{1}{\sqrt{133}} \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$

(eller om man vill $\vec{w} = \begin{pmatrix} \pm\frac{6}{\sqrt{133}} \\ \pm\frac{(-9)}{\sqrt{133}} \\ \pm\frac{4}{\sqrt{133}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pm\frac{6}{\sqrt{133}} \\ \mp\frac{9}{\sqrt{133}} \\ \pm\frac{4}{\sqrt{133}} \end{pmatrix}$)

Svar: $\vec{w} = \pm\frac{1}{\sqrt{133}} \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}$