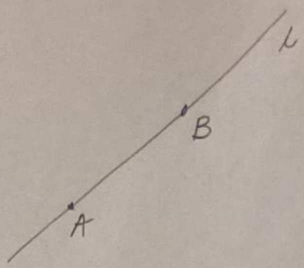
1.56 boken



1. $\vec{u} \parallel \overrightarrow{AB}$

om $A = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$

blir

$\vec{u} \parallel \begin{pmatrix}2-1\\1-0\\3-2\end{pmatrix}$ alltså $\vec{u} = k\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, $|\vec{u}|=1$ ger $|\vec{u}| = \left|k\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right| = 1$

alltså $|k|\cdot\left|\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right| = 1$

$$|k|\cdot\sqrt{1^2+1^2+1^2} = 1$$

$$|k|\cdot\sqrt{3} = 1$$

$$|k| = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$k = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ som ger $\vec{u} = k\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

alltså $\boxed{\vec{u} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}}$

2. $\vec{v}$ är vinkelrät mot $\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ och $\vec{u} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

alltså $\vec{v} \parallel \begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix} \times \left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right)$

detta innebär att

OBS!
NOTATION

$$\vec{v} = t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix} \times \left(\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right) = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}t\left(\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right) = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}t\begin{pmatrix}2\\-2\\0\end{pmatrix} = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}t\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$$

Vi vet även att $|\vec{v}|=1$ alltså

$$\left|\pm\frac{2}{\sqrt{3}}t\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}\right| = 1$$

$$\left|\pm\frac{2}{\sqrt{3}}t\right|\cdot\left|\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}\right| = 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}}|t|\cdot\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2} = 1$$

$$|t|\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2} = 1$$

$$|t| = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \iff t = \pm\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

OBS!
Om du vill inte jobba med rottecken så kan du alltid normera på slutet!
Alternativ beräkning visas sist!

för $t = \pm \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ blir $\vec{v} = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \pm \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{3}}} \cdot \left(\pm \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2\cancel{\sqrt{2}}} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

som ger till slut $\vec{v} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

3. $\vec{w} \perp \vec{u}$ och $\vec{w} \perp \vec{v}$ och $|\vec{w}| = 1$

alltså $\vec{w} \parallel \vec{u} \times \vec{v}$ som ger att $\vec{w} = k(\vec{u} \times \vec{v})$

- tips! vi kan räkna vektorprodukten först mellan $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, för att beräkningar ska vara enklare och normera på slutet i stället (obs. bara att $\vec{u} \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $\vec{v} \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$)

Då blir

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

och vi vet då $\vec{w} \parallel \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ och $|\vec{w}| = 1$

så vi behöver normera vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ på samma sätt som innan eller räknar vi bara $\left| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{6}$

och då blir $\boxed{\vec{w} = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}}$. (OBS! du kan kontrollera att $|\vec{w}| = 1$)

Kommentar: vi har fått fram $\vec{w}$ utan att ta hänsyn till $\vec{u}$ och $\vec{v}$ som normerade, då kan lösa punkt 2 på liknande sätt! Testa så klart! Då blir dina beräkningar enklare!

Svar: $\vec{u} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$