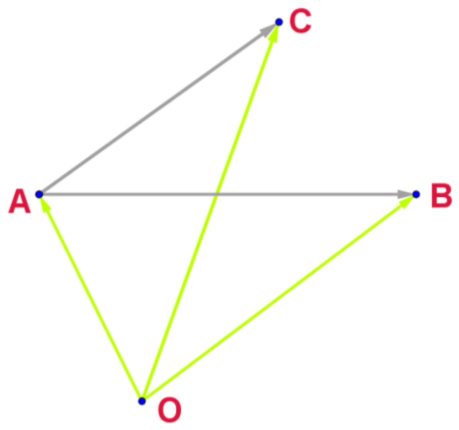
Lösningsskiss till 1.8

(obs: att punkterna är godtyckliga, alltså ditt eget val av punkternas läge kan ser helt annorlunda ut. Men oroa dig inte 😊 hur du än väljer men följer korrekt alla givna villkor så kommer din lösning blir korrekt.

Vi börjar med att markera punkterna och vektorerna av intresse i uppgiften!

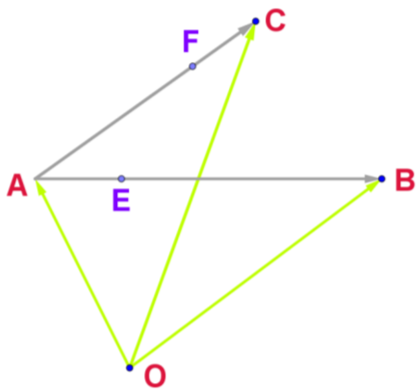


Vi vet att:

- Punkten E delar stäckan AB i förhålandet 1:3 (vi har 4 delar) , alltså
  $$\frac{|\overrightarrow{AE}|}{|\overrightarrow{EB}|}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow|\overrightarrow{AE}|=\frac{1}{3}|\overrightarrow{EB}|\Rightarrow\overrightarrow{AE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$$

- Punkten F delar stäckan AC i förhålandet 5:2 (vi har 7 delar) , alltså
  $$\frac{|\overrightarrow{AF}|}{|\overrightarrow{FC}|}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow|\overrightarrow{AF}|=\frac{5}{2}|\overrightarrow{FC}|\Rightarrow\overrightarrow{AF}=\frac{5}{7}\overrightarrow{AC}$$

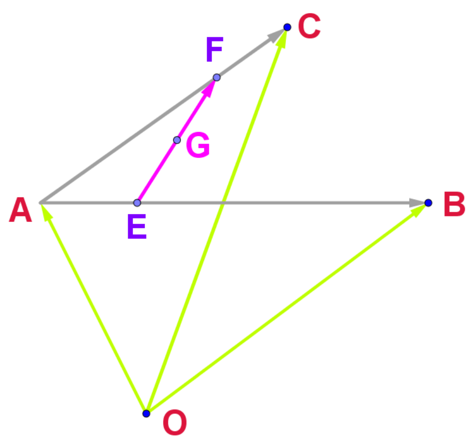
Placera E och F på bilden



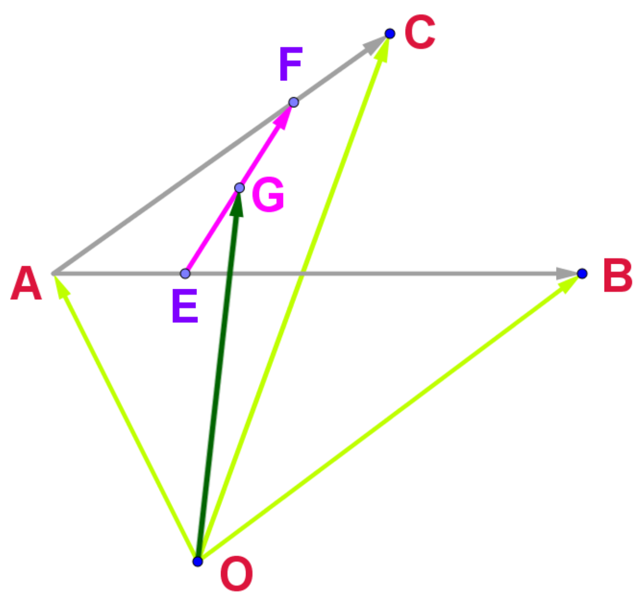
Lösningsskiss till 1.8

(obs: att punkterna är godtyckliga, alltså ditt eget val av punkternas läge kan ser helt annorlunda ut. Men oroa dig inte 😊 hur du än väljer men följer korrekt alla givna villkor så kommer din lösning blir korrekt.

- G är mittpunkten på sträckan EF, placera G



- Bestäm vektorn $\overrightarrow{OG}$, rita vektorn

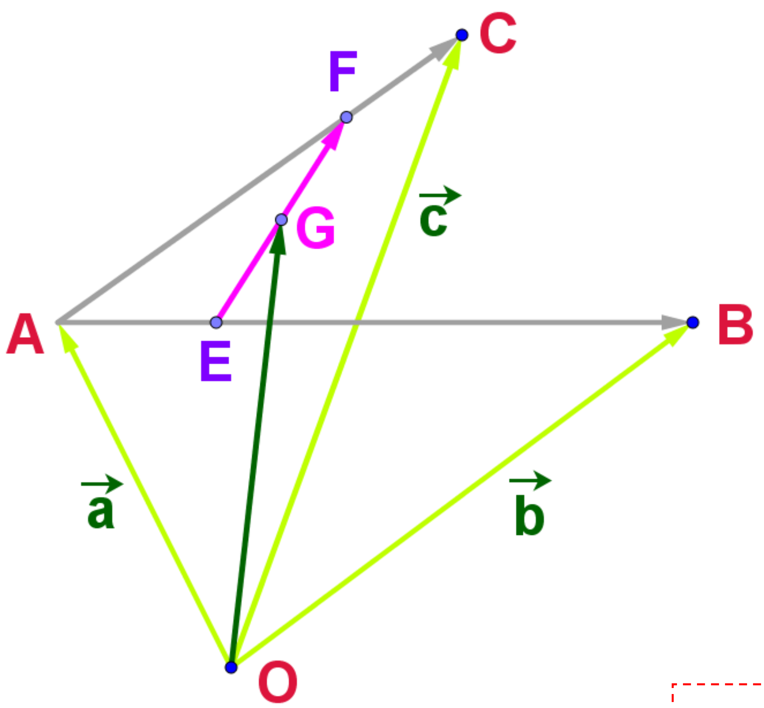


Lösningsskiss till 1.8

(obs: att punkterna är godtyckliga, alltså ditt eget val av punkternas läge kan ser helt annorlunda ut. Men oroa dig inte 😊 hur du än väljer men följer korrekt alla givna villkor så kommer din lösning blir korrekt.

- Bestäm vektorn $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\ \overrightarrow{OC}=\vec{c},\ \ \overrightarrow{OG}$ om $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\ \overrightarrow{OC}=\vec{c},$ inför beteckningar för respektive vektorn, vektorerna anses nu vara givna i uppgiften.

- Alltså vi ska uttrycka vektorn $\overrightarrow{OG}$ som en linjärkombination av $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\ \overrightarrow{OC}=\vec{c},\ \ \Rightarrow \overrightarrow{OG}=x_1\cdot\vec{a}+x_2\cdot\vec{b}+x_3\cdot\vec{c}$ där $\Rightarrow x_1,x_2,x_3\in\Re$.



Vi utgår från bilden och given data:

- $$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{FG}=$$
$$=\begin{bmatrix}\overrightarrow{CF}=-\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{FG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}\end{bmatrix}=\overrightarrow{OC}-\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}$$

- Vi ska nu utrycka $\overrightarrow{AC}$ mha de givna vektorerna

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}$$

- Insättning i uttryck för $\overrightarrow{OG}$ ger

- $$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OC}-\frac{2}{7}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{OC}-\frac{2}{7}\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}\right)+\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}=$$
$$=\frac{5}{7}\overrightarrow{OC}+\frac{2}{7}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{FE}$$

- Vi behöver nu utrycka $\overrightarrow{FE}$ mha de givna vektorerna

$$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{EF}=\frac{5}{7}\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\overrightarrow{EF}=\frac{5}{7}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow-\overrightarrow{FE}=\frac{5}{7}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\overrightarrow{FE}=-\frac{5}{7}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$$

från tidigare är $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}$, som insatt i $\overrightarrow{FE}=-\frac{5}{7}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ ger

$\overrightarrow{FE}=-\frac{5}{7}\overrightarrow{OC}+\frac{5}{7}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ så nu återstår bara att utrycka $\overrightarrow{AB}$ mha de givna vektorerna . Alltså $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$. Insättnig i

Lösningsskiss till 1.8

(obs: att punkterna är godtyckliga, alltså ditt eget val av punkternas läge kan ser helt annorlunda ut. Men oroa dig inte 😊 hur du än väljer men följer korrekt alla givna villkor så kommer din lösning blir korrekt.

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{OC} + \frac{5}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \quad \text{ger}$$

$$\overrightarrow{FE} = -\frac{5}{7}\overrightarrow{OC} + \frac{5}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{OA} \Leftrightarrow \overrightarrow{FE} = \frac{13}{28}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} - \frac{5}{7}\overrightarrow{OC}$$

- Insättning av $\overrightarrow{FE}$ i senaste uttryck för $\overrightarrow{OG}$ ger

$$\overrightarrow{OG} = \frac{5}{7}\overrightarrow{OC} + \frac{2}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FE} = \frac{5}{7}\overrightarrow{OC} + \frac{2}{7}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\left(\frac{13}{28}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} - \frac{5}{7}\overrightarrow{OC}\right) =$$
$$= \left(\frac{2}{7} + \frac{13}{56}\right)\overrightarrow{OA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{OB} + \left(\frac{5}{7} - \frac{5}{14}\right)\overrightarrow{OC} = \left(\frac{16}{56} + \frac{13}{56}\right)\overrightarrow{OA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{OB} + \left(\frac{10}{14} - \frac{5}{14}\right)\overrightarrow{OC} =$$
$$= \frac{29}{56}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{OB} + \frac{5}{14}\overrightarrow{OC} = \frac{29}{56}\vec{a} + \frac{1}{8}\vec{b} + \frac{5}{14}\vec{c}$$

- Svar: $\overrightarrow{OG} = \frac{29}{56}\vec{a} + \frac{1}{8}\vec{b} + \frac{5}{14}\vec{c}$

Kommentar: $\overrightarrow{OG} = \frac{29}{56}\vec{a} + \frac{1}{8}\vec{b} + \frac{5}{14}\vec{c} = \begin{pmatrix} \frac{29}{56} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{5}{14} \end{pmatrix}_{\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}}$,

alltså koordinaterna för vektorn $\overrightarrow{OG}$ i basen $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ är $\begin{pmatrix} \frac{29}{56} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{5}{14} \end{pmatrix}$.