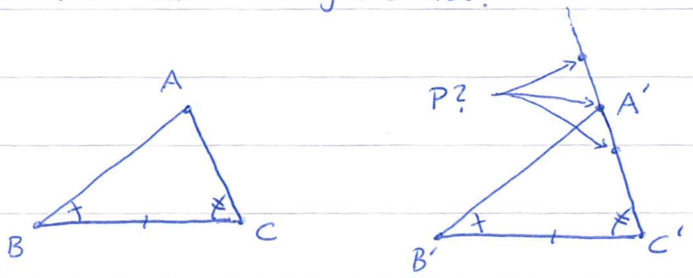
Kongruens

Sats (VSV) Trianglar med två vinklar och mellanliggande sida lika är kongruenta.

B



Antag att $\angle B = \angle B'$, $BC = B'C'$ och $\angle C = \angle C'$.

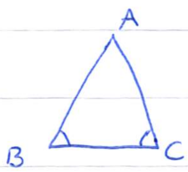
Låt P vara den punkt på strålen $C'A'$ s.a. $PC' = AC$.

Då har vi $\Delta ABC \cong \Delta PB'C'$ (SVS) (ty $AC = PC'$, $\angle C = \angle C'$ och $CB = C'B'$), så $\angle ABC = \angle PB'C'$.

Men $\angle ABC = \angle B = \angle B' = \angle A'B'C'$, så $\angle A'B'C' = \angle PB'C'$.

Alltså är $P = A'$, så $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$.

Basvinkelsatsen

I figuren 

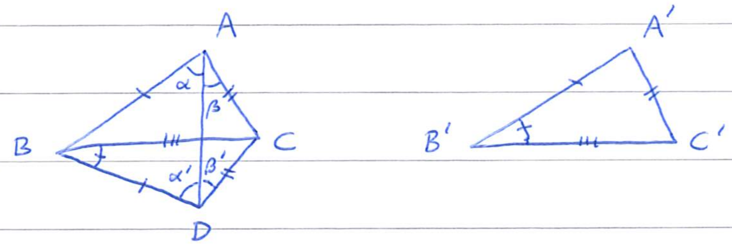
gäller: $AB = AC \iff \angle B = \angle C$.

B ($\Rightarrow$) Antag att $AB = AC$. Då är $\Delta ABC \cong \Delta ACB$ (SVS) (ty $AB = AC$, $\angle A = \angle A$, $AC = AB$), så $\angle B = \angle C$.

($\Leftarrow$) Antag att $\angle B = \angle C$. Då är $\Delta ABC \cong \Delta ACB$ (VSV) (ty $\angle B = \angle C$, $BC = CB$, $\angle C = \angle B$), så $AB = AC$.

Sats (SSS) Trianglar med tre sidor lika är kongruenta.

B



Anta att $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ och $BC = B'C'$.

Välj D så att $\angle DBC = \angle A'B'C'$ och $BD = B'A'$.

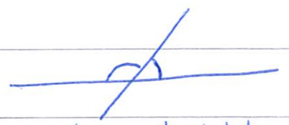
Dra DC. $\Delta DBC \cong \Delta A'B'C'$ (SVS), så $DC = A'C'$.

Dra AD. Basvinkelsatsen ger $\alpha = \alpha'$ och $\beta = \beta'$,

så $\alpha + \beta = \alpha' + \beta'$, så $\Delta ABC \cong \Delta DBC$ (SVS),

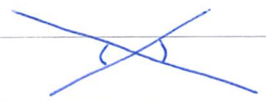
så $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$. ∎

Vinkelterminologi



Supplementvinklar

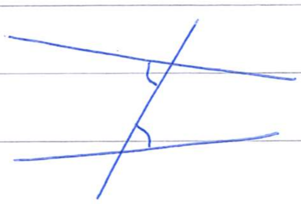
Deras summa $= 180°$



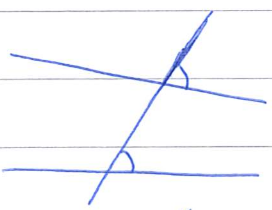
Vertikalvinklar

Alltid lika : 

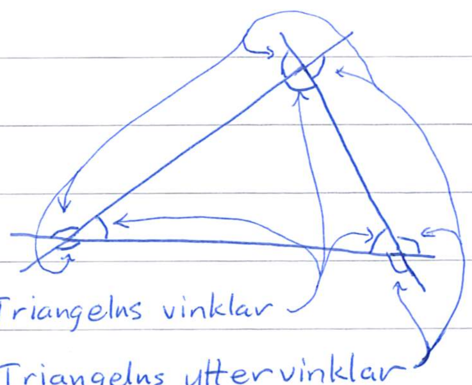
$\alpha = 180° - \gamma =$
$= \beta$.



Alternatvinklar

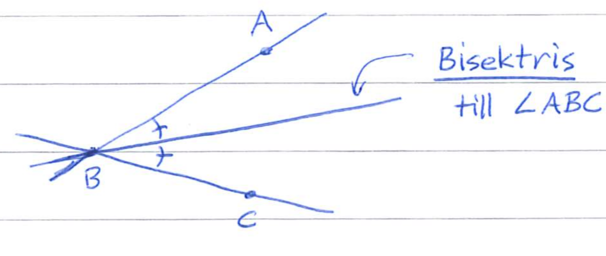


Likbelägna vinklar

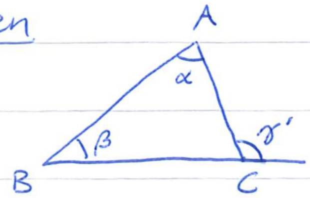


Triangelns vinklar

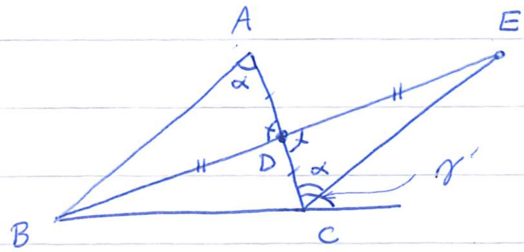
Triangelns yttervinklar



Yttervinkelsatsen

I figuren  gäller : $\gamma' > \alpha$ och $\gamma' > \beta$.

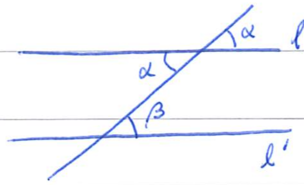
B Räcker att visa γ' större än α, ty  .



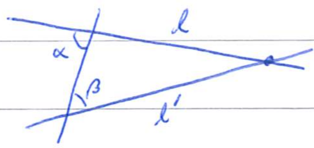
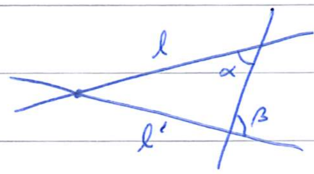
Låt D vara mittpunkten på AC. Dra BD och förläng den ut till E så att BD = DE. Dra CE. Vertikalvinklar vid D lika, så $\Delta ADB \cong \Delta CDE$ (SVS), så $\angle DCE = \angle DAB = \alpha$, så $\alpha < \gamma'$.

Följdsats I en triangel står en större sida mot en större vinkel. (Se sats 2.8.)

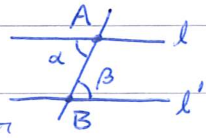
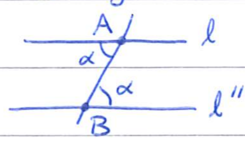
Alternatvinkelsatsen

I figuren  gäller: $l \parallel l'$ (parallella) $\Leftrightarrow$ $\alpha = \beta$.

<u>B</u> $(\Leftarrow)$ Antag att l och l' <u>inte</u> är parallella, dvs att de skär varandra:

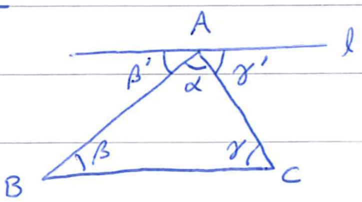
 eller 

Yttervinkelsatsen ger då $\alpha > \beta$ eller $\beta > \alpha$, så $\alpha \neq \beta$.

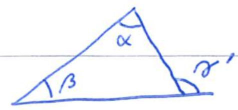
$(\Rightarrow)$ Antag att $l \parallel l'$ så att vi har , där $l \parallel l'$.
Ta bort l' ur den figuren,
och rita in linjen l'' genom B, definierad av att $\angle B = \alpha$: 

Enligt $(\Leftarrow)$ ovan har vi $l \parallel l''$. Nu ger parallellaxiomet att $l' = l''$, så $\alpha = \beta$.

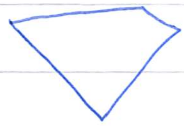
<u>Sats</u> Vinkelsumman i en triangel är $180°$.

<u>B</u>  Dra den linje l genom A som är parallell med BC.
β och β' är alternatvinklar, och $l \parallel BC$, så alt.v.s. ger $\beta = \beta'$. På samma sätt: $\gamma = \gamma'$.
Så: $\alpha + \beta + \gamma = \alpha + \beta' + \gamma' = 180°$.

<u>Följd</u> (Yttervinkelsatsen)

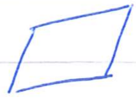
För figuren  gäller: $\gamma' = \alpha + \beta$.

Fyrhörningsterminologi

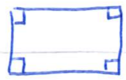


. . .

Parallellogram: Motstående sidor parallella

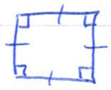


Rektangel: Parallellogram med räta vinklar



Romb: Parallellogram med alla sidor lika långa

Kvadrat: Rektangel och romb



Sats Vinkelsumman i en fyrhörning är 360°.

B Övning (Ö6).