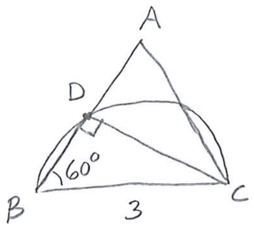
Lösningar, 91MA12, 92MA12, 2020-09-08

1.

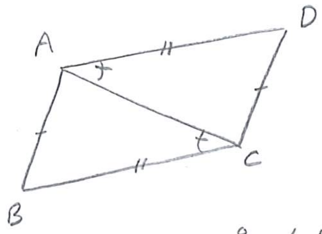


$\angle B = 60°$ ty ΔABC liksidig.

Dra DC. $\angle D = 90°$ (periferivinkel på halvcirkelbåge), så $BD = 3\cos 60°$.

Svar: $\frac{3}{2}$ cm.

2.

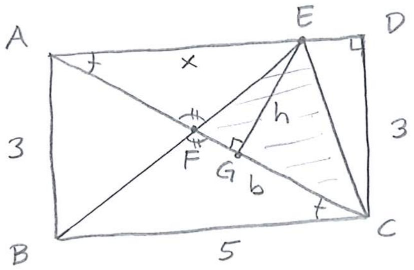


Givet: $AB = DC$, $AD = BC$.

Vill visa: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.

Dra AC. $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ (SSS), så $\angle ACB = \angle CAD$. Alternatvinkelsatsen ger nu att $AD \parallel BC$. P.s.s. fås $AB \parallel DC$.

3.



Beteckningar enligt figur.

Alt.v.s ger $\angle FAE = \angle FCB$, och vertikalvinklar vid F lika, så $\Delta FAE \sim \Delta FCB$ (VV).

Detta ger $\frac{b}{AC-b} = \frac{5}{x}$, $bx = 5AC - 5b$, $b = \frac{5AC}{x+5}$.

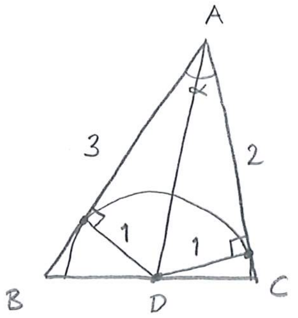
$\Delta AGE \sim \Delta ADC$ (VV), så $\frac{h}{x} = \frac{3}{AC}$, $h = \frac{3x}{AC}$.

$|\Delta FCE| = \frac{1}{2}bh$, så $3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5AC}{x+5} \cdot \frac{3x}{AC}$, $2x + 10 = 5x$,

$x = \frac{10}{3}$.

Svar: $\frac{10}{3}$ cm.

4.



Låt D vara cirkelns medelpunkt.

$|\Delta ABC| = |\Delta ABD| + |\Delta ACD| = \frac{3\cdot 1}{2} + \frac{2\cdot 1}{2} =$

$= \frac{5}{2}$, så areasatsen ger

$\frac{5}{2} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2 \sin\alpha$, där $\alpha = \angle BAC$,

dvs $\sin\alpha = \frac{5}{6}$. $\cos\alpha = \pm\sqrt{1-(5/6)^2} = \pm\frac{\sqrt{11}}{6}$.

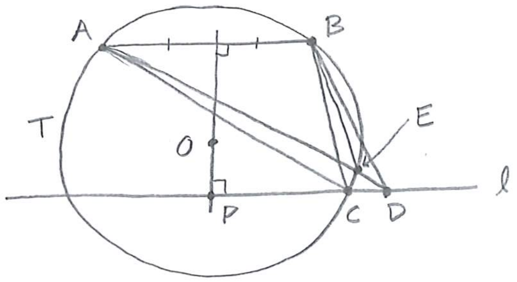
Cosinussatsen ger nu $BC^2 = 3^2 + 2^2 - 2\cdot 3\cdot 2\cos\alpha =$

$= 13 \pm 2\sqrt{11}$.

Svar: $\sqrt{13 \pm 2\sqrt{11}}$ cm.

5. Se kompendiet.

6.



Låt T vara den cirkel som går genom A, B och C. T:s medelpunkt O ligger på AB:s mittpunktsnormal, så Pythagoras sats ger

att $OD = \sqrt{OP^2 + PD^2} > \sqrt{OP^2 + PC^2} = OC$, ty $PC < PD$,

så D ligger utanför T. Låt E vara skärningspunkten för AD och T. Perif.v.s. ger att $\angle ACB = \angle AEB$, och ytterv.s. ger att $\angle AEB > \angle ADB$, så $\angle ACB > \angle ADB$.