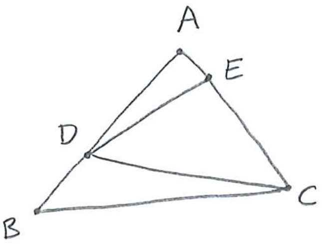
Lösningar, 91MA12, 92MA12, 2021-06-08

1.



$|\Delta ABC| = 5\ \text{cm}^2$.

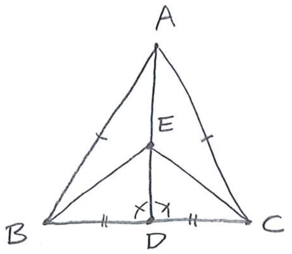
$AD = 2DB \Rightarrow AD = \frac{2}{3}AB$, så

$|\Delta CDA| = \frac{2}{3}|\Delta CBA| = \frac{10}{3}$ (samma höjd från C). $AE = EC/4 \Rightarrow EC = \frac{4}{5}AC$,

så $|\Delta CDE| = \frac{4}{5}|\Delta CDA| = \frac{8}{3}$ (samma höjd från D).

Svar: $\frac{8}{3}\ \text{cm}^2$.

2.



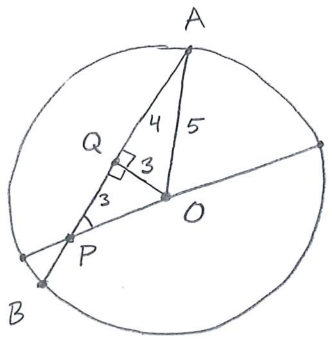
Givet: $AB = AC$ och $BD = CD$.

Om $E = A$ eller $E = D$ fås $BE = CE$ direkt från vad som är givet. Annars:

$\Delta ADB \cong \Delta ADC$ (SSS), så $\angle ADB = \angle ADC$.

$\Delta EDB \cong \Delta EDC$ (SVS), så $BE = CE$, vilket skulle visas.

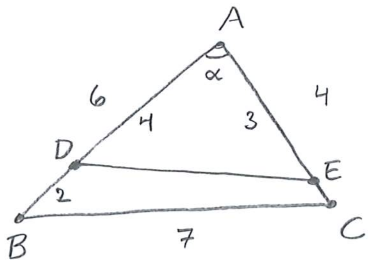
3.



$AB = 8$ cm och $PB : PA = 1 : 7$, så $PA = 7$. Dra mittpunktsnormalen OQ till kordan AB. OQ är vinkelrät mot AB, och $AQ = 8/2 = 4$.

Eftersom $OA = 5$ ger Pythagoras sats att $OQ = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$. Även $PQ = 3$ $(= 7 - 4)$, så triangeln OPQ är en halv kvadrat, så $\angle OPQ = 45°$.

Svar: $45°$.

4. 

$|\Delta ADE| = \frac{1}{2}|\Delta ABC|$.

Areasatsen ger att

$\frac{1}{\cancel{2}}\cdot 4 \cdot AE \cancel{\sin\alpha} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot 6\cdot 4 \cancel{\sin\alpha}$

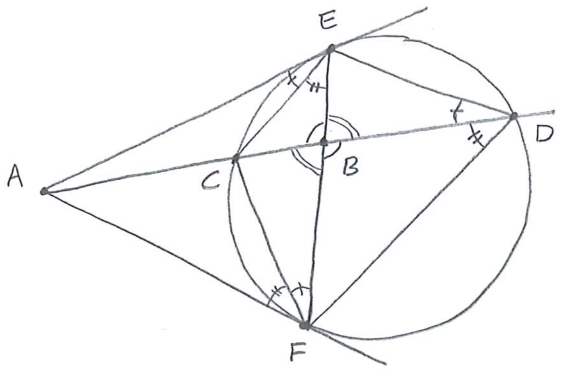
så $AE = 3$. Cosinussatsen ger:

$7^2 = 6^2 + 4^2 - 2\cdot 6\cdot 4\cos\alpha$, så $\cos\alpha = \frac{36+16-49}{2\cdot 6\cdot 4} = \frac{1}{16}$.

Cos. s. igen: $DE^2 = 4^2 + 3^2 - 2\cdot 4\cdot 3\cos\alpha = 25 - \frac{3}{2} = \frac{47}{2}$.

Svar: $\sqrt{47/2}$ cm.

5. Se kompendiet.

6. 

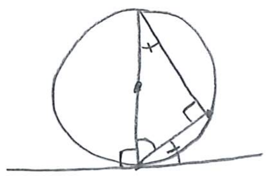
Dra CE, CF, DE och DF.

Periferivinkelsatsen ger att

$\angle CFE = \angle CDE$ och $\angle CEF = \angle CDF$.

Att $\angle AEC = \angle CDE$ och $\angle AFC = \angle CDF$

följer av perif.v.s. och figuren


.

Likformigheter ger nu:

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BC/BE}{BD/BE} = \frac{CF/DE}{DF/CE} = \frac{CE}{DE}\cdot\frac{CF}{DF} = \frac{AE}{AD}\cdot\frac{AC}{AF} = \frac{AC}{AD},$$

eftersom $AE = AF$. Nu fås:

$BC\cdot AD = BD\cdot AC$, $(AB - AC)AD = (AD - AB)AC$,

så $AB = \frac{2AC\cdot AD}{AC + AD}$, vilket skulle visas.