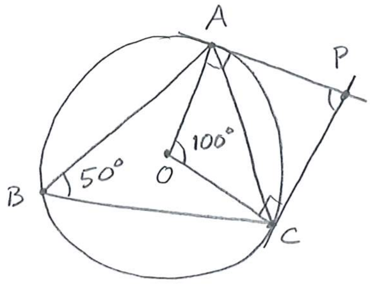
Lösningar, 91MA12, 92MA12, 2021-09-15

1.



$\angle AOC = 2 \cdot 50° = 100°$ (perif.v.s),

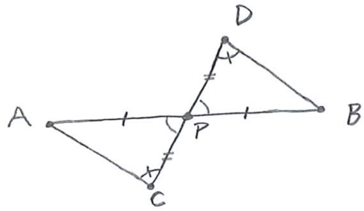
$\angle OAP = 90°$ och $\angle OCP = 90°$ (radie mot tangent).

Vinkelsumman $= 360°$ i $\square OCPA$ ger:

$$\angle P = 360° - 90° - 90° - 100° = 80°$$

Svar: $80°$.

2.



Givet: $AP = BP$ och $CP = DP$.

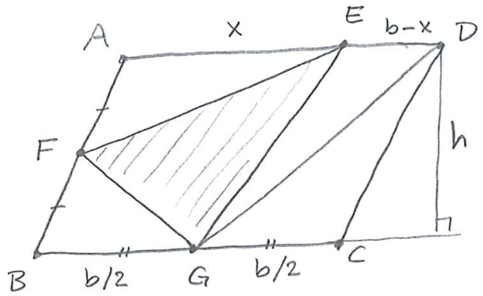
Dra AC och BD.

Vertikalvinklar vid P lika, så

$\triangle APC \cong \triangle BPD$ (SVS), vilket ger att $\angle ACP = \angle BDP$.

Alternatvinkelsatsen ger att AC är parallell med BD.

3.



Sätt $b = BC = AD$,

$h =$ höjden mot BC, och

$x = AE$. Dra GD.

$|\triangle EFG| = \frac{1}{3}|\square ABCD|$ ger:

$$|\triangle AEF| + |\triangle BGF| + |\triangle GCD| + |\triangle EDG| = \frac{2}{3}|\square ABCD|,$$

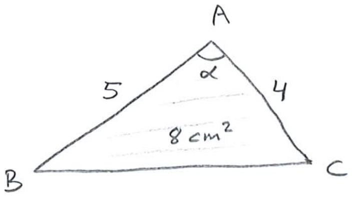
$$\frac{1}{2}x\frac{h}{2} + \frac{1}{2}\frac{b}{2}\frac{h}{2} + \frac{1}{2}\frac{b}{2}h + \frac{1}{2}(b-x)h = \frac{2}{3}bh,$$ (förläng med $\frac{24}{h}$)

(‖-proj.s.)

$$6x + 3b + 6b + 12(b-x) = 16b, \quad 5b = 6x, \quad x = \frac{5b}{6}.$$

Svar: $AE : ED = 5 : 1$.

4.



Areasatsen ger: $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \sin\alpha = 8$,
så $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. α är trubbig,
så $\cos\alpha < 0$, så $\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\frac{3}{5}$.

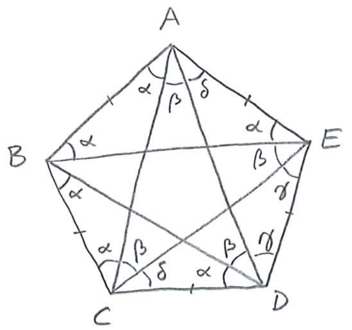
Cosinussatsen: $BC^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cos\alpha = 25 + 16 + 24 = 65$.

Sinussatsen ger nu $2R = \frac{BC}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{65}}{4/5}$, så:

Svar: $R = \frac{5\sqrt{65}}{8}$ cm.

5. Se kompendiet.

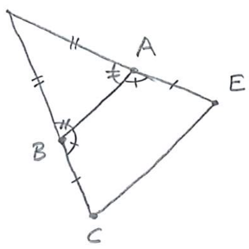
6.



Givet: $\angle A = \angle B = \angle C$ och
$AB = BC = CD = DE = EA$.

Dra AC, AD, BD, BE och CE.

ΔABE, ΔBCA och ΔCDB är kongruenta (SVS) och likbenta, så vinklarna märkta α är lika.



Ur figuren till höger fås med basv.s. och transv.s. att $AB \parallel CE$, och p.s.s. fås $BC \parallel AD$ och även (ty $\angle ACD = \angle CAE$) $AC \parallel DE$.

Alt.v.s ger att $\beta = \alpha$ och att $\gamma = \beta$.
Basv.s. ger $\delta = \gamma$, så $\angle D = \angle E = \angle A$.