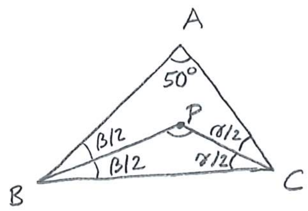
Lösningar, 91/92MA12, 2022-06-10

1.

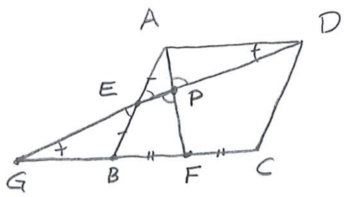


Vinkelsumman i en triangel är 180°, så $\angle BPC = 180° - \frac{\beta}{2} - \frac{\gamma}{2} = 180° - \frac{\beta+\gamma}{2} =$

$= 180° - \frac{180° - 50°}{2} = 115°.$

Svar: 115°.

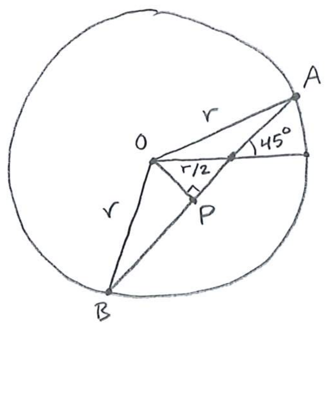
2.



Förläng DE tills den skär linjen BC, i G. $\angle EDA = \angle EGB$ (alt.v.s), och $\angle AED = \angle BEG$ (vertikalv.), så $\triangle AED \sim \triangle BEG$ (VV). Eftersom $AE = BE$ fås att $BG = AD$. Vertikalvinklar vid P ger $\triangle APD \sim \triangle FPG$ (VV), så $AP/FP = AD/FG = AD/(FB+BG) = AD/(\frac{1}{2}AD + AD)$, så:

Svar: 2/3.

3.



Dra mittpunktsnormalen OP till kordan. Den lilla rätvinkliga triangeln ger att $OP = \frac{r}{2} \cdot \sin 45° = \frac{r}{2\sqrt{2}}$.

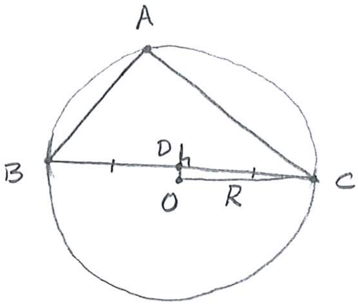
Pythagoras sats ger nu

$PA^2 = r^2 - OP^2 = r^2 - \frac{r^2}{8} = \frac{7r^2}{8}.$

Kordans längd = 2 PA, så:

Svar: $\frac{\sqrt{7}\,r}{\sqrt{2}}$.

4.



$AB = 3$, $AC = 5$, $BC = 6$. D mittpunkt.

$$p = \frac{AB + AC + BC}{2} = 7.$$

Herons formel ger arean:

$$T = \sqrt{7(7-3)(7-5)(7-6)} = \sqrt{56}.$$

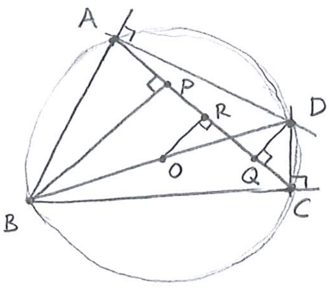
$$R = \frac{abc}{4T} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 3}{4\sqrt{56}}$$ (radien i omskrivna cirkeln, med medelp. O).

Pythagoras: $OD^2 = R^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 56} - 3^2 = \frac{3^2(25 \cdot 9 - 4 \cdot 56)}{4 \cdot 56} = \frac{9}{16 \cdot 14}.$

Svar: $\frac{3}{4\sqrt{14}}$.

5. Se kompendiet.

6.



Dra BD. Vinklarna $\angle BAD$ och $\angle BCD$ är räta, så A och C ligger på cirkeln som har BD som diameter. Låt O = cirkelns medelpunkt = BD:s mittpunkt.

Låt R = mittpunkten på kordan AC. Då är $OR \perp AC$. Parallellproj.s. ger att $PR/QR = BO/DO = 1$. Eftersom R är mittpunkten på AC följer att $AP = CQ$.