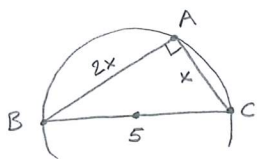


Lösningar, 91/92MA12, 2023-09-13

1.



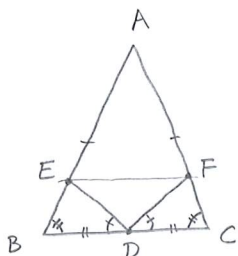
$\angle BAC = 90^\circ$  (periferiv.s.).

Pyth.:  $x^2 + (2x)^2 = 5^2$ ,  $5x^2 = 5^2$ ,  $x^2 = 5$ ,

så  $x = \sqrt{5}$ .

Svar:  $2\sqrt{5}$  cm.

2.



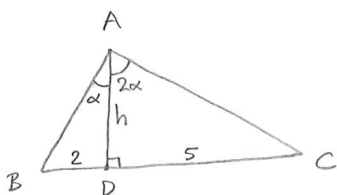
Givet:  $AB = AC$ ,  $BD = CD$ , och  $\angle EDB = \angle FDC$ .

Basv.s. ger att  $\angle B = \angle C$ .

$\triangle BDE \cong \triangle CDF$  (VSV), så  $EB = FC$ , vilket ger att  $AE = AB - EB = AC - FC = AF$ ,

så  $AE/EB = AF/FC$ . Transversals. ger nu att  $EF \parallel BC$ .

3.



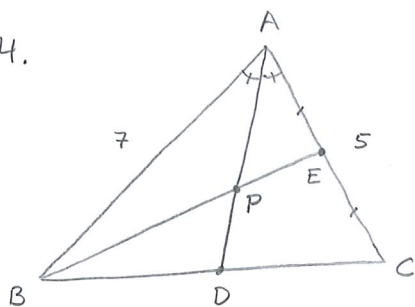
Vi har  $\frac{2}{h} = \tan \alpha$ , och  $\frac{5}{h} = \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$ .

Så  $5 - 5 \tan^2 \alpha = 2h \tan \alpha = 2 \cdot 2 = 4$ ,

$5 \tan^2 \alpha = 1$ ,  $\tan \alpha = 1/\sqrt{5}$ , och  $h = 2/\tan \alpha$ .

Svar:  $2\sqrt{5}$  cm.

4.



Menelaos sats ger:  $\frac{AP}{PD} \cdot \frac{DB}{BC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$ .

Eftersom  $CE = EA$  fås

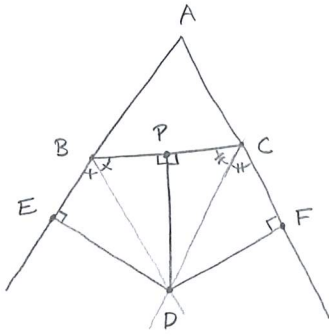
$$\frac{AP}{PD} = \frac{BC}{DB} = \frac{BD + DC}{BD} = 1 + \frac{DC}{BD} =$$

$$= 1 + \frac{5}{7} = \frac{12}{7}.$$

Svar:  $12/7$ .

5. Se kompendiet.

6.



Dra från D vinkelrät mot AB resp. AC, till E resp. F.

$\angle EDB = 90^\circ - \angle EBD = 90^\circ - \angle PBD = \angle PDB$ ,  
så  $\triangle BDE \cong \triangle BDP$  (USV), vilket ger  
att  $BE = BP$  och  $DE = DP$ .

P.s.s. fås att  $CF = CP$  och  $DF = DP$ .

Så  $DE = DF$ , vilket genom Pyth.s. i trianglarna AED och AFD  
ger att  $AE = AF$ . Nu fås:

$$\underline{\underline{AB + BP}} = AB + BE = AE = AF = AC + CF = \underline{\underline{AC + CP}}.$$