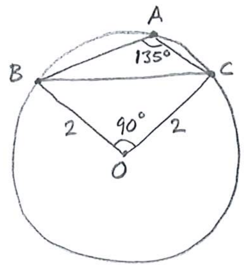
Lösningar, 91/92MA12, 2024-01-04

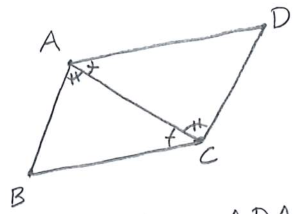
1.



M.h.a. periferivinkelsatsen fås $\angle BOC = 360° - 2 \cdot 135° = 90°$, så Pyth.s. ger att $BC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$.

Svar: $\sqrt{8}$ cm.

2.

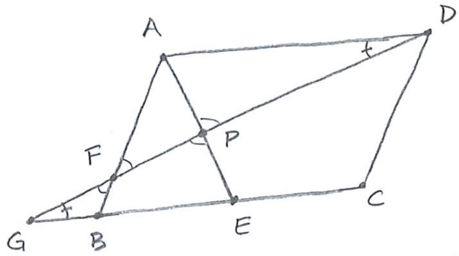


Givet: $AB \parallel DC$ och $AD \parallel BC$.

Dra AC. $\angle DAC = \angle BCA$ ty $AD \parallel BC$ (alt.v.s), och $\angle DCA = \angle BAC$ ty $AB \parallel DC$ (alt.v.s).

Nu fås $\Delta DAC \cong \Delta BCA$ (VSV), så $AD = CB$ och $AB = CD$.

3.



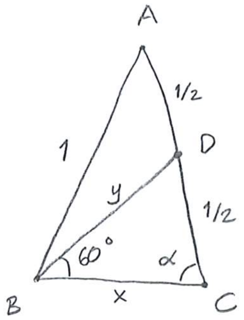
$BE = EC$ och $AF = 3\,BF$.

Förläng DF och CB till skärningspunkten G.

$\angle ADF = \angle BGF$ (alt.v.s), och vertikalv. vid F lika, så $\Delta ADF \sim \Delta BGF$ (VV). Detta ger att $\frac{BG}{AD} = \frac{BF}{AF} = \frac{1}{3}$, så $EG = EB + BG = \frac{1}{2}BC + \frac{1}{3}AD = /BC = AD/$ $= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)AD = \frac{5}{6}AD$. Vertikalv. vid P lika, så $\Delta ADP \sim \Delta EGP$ (VV), vilket ger $\frac{AP}{EP} = \frac{AD}{EG} = \frac{AD}{\frac{5}{6}AD} = \frac{6}{5}$.

Svar: $\frac{6}{5}$.

4.



Sätt $x = BC$, $y = BD$, $\alpha = \angle ACB$.

$\cos\alpha = \dfrac{x/2}{1}$, ty:

Cos.s. ger: $y^2 = \frac{1}{4} + x^2 - 2\cdot\frac{1}{2}x\cos\alpha$,

så $y^2 = \frac{1}{4} + \frac{x^2}{2}$. Cos.s. ger också:

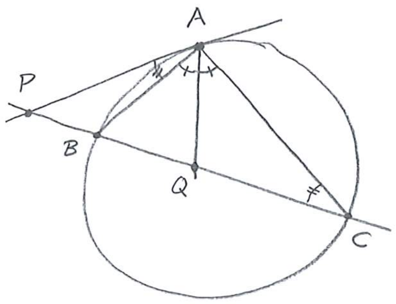
$\frac{1}{4} = x^2 + y^2 - 2xy\cos 60° = x^2 + \frac{1}{4} + \frac{x^2}{2} - x\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{x^2}{2}}$,

$x\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{x^2}{2}} = \frac{3x^2}{2}$, $\frac{1}{4} + \frac{x^2}{2} = \frac{9x^2}{4}$, $1 + 2x^2 = 9x^2$, $x^2 = 1/7$.

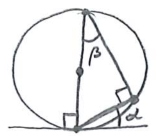
<u>Svar:</u> $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$ cm.

5. Se kompendiet.

6.



$\angle PAB = \angle ACB$, vilket följer av periferivinkelsatsen och av att det i figuren



gäller att $\alpha = \beta$.

Yttерv.satsen ger att $\angle PQA = \angle QAC + \angle QCA$, så

$\angle PQA = \angle PAQ$ och därmed är $PQ = PA$ enl. basv.satsen.

Kordasatsen ger att $PB \cdot PC = PA^2$, så $PB \cdot PC = PQ^2$,

så $\dfrac{PB}{PQ} = \dfrac{PQ}{PC}$.