



Beskriv funktionen $f(x) = -|2x + 3| + 3x$ **utan absolutbelopp och rita kurvan** $y = f(x)$.

1

Lösning:

Vi börjar med att definiera absolutbeloppet $|2x + 3|$.

Def. ger följande

$$|2x + 3| = \begin{cases} 2x + 3 & \text{om } 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{-3}{2} \\ -(2x + 3) & \text{om } 2x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Alltså **fall1** då $x \geq \frac{-3}{2}$ blir $|2x + 3| = 2x + 3$

och

fall2 då $x < \frac{-3}{2}$ blir $|2x + 3| = -(2x + 3)$

Med hjälp av def. kan vi nu beskriva $f(x) = -|2x + 3| + 3x$ för respektive **fall** 😊

fall1 då $x \geq \frac{-3}{2}$

Här gäller att $|2x + 3| = 2x + 3$

Alltså kan vi nu byta beloppet mot $(2x + 3)$ i funktionen på följande sätt

$$f(x) = -(2x + 3) + 3x \Leftrightarrow f(x) = -2x - 3 + 3x \Leftrightarrow f(x) = x - 3$$

Fall2 då $x < \frac{-3}{2}$

Här gäller att $|2x + 3| = -(2x + 3)$

Alltså kan vi nu byta beloppet mot $-(2x + 3)$ i funktionen på följande sätt

$$f(x) = -(-(2x + 3)) + 3x \Leftrightarrow f(x) = (2x + 3) + 3x \Leftrightarrow f(x) = 2x + 3 + 3x \Leftrightarrow f(x) = 5x + 3$$

Summa summarum kan vi nu beskriva funktion utan absolutbelopp

$$f(x) = -|2x + 3| + 3x = \begin{cases} x - 3 & \text{då } x \geq \frac{-3}{2} \\ 5x + 3 & \text{då } x < \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Vi kan nu se att funktionen beskrivs av en stråle/linje i respektive intervall.
För att rita respektive linje behöver vi känna till två punkter på respektive.

Båda linjer möts i punkten där $x = \frac{-3}{2}$ och

$$y = f\left(\frac{-3}{2}\right) = -\left|2 \cdot \frac{-3}{2} + 3\right| + 3 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right) = -|-3+3| + \left(\frac{-9}{2}\right) = -|0| + \left(\frac{-9}{2}\right) = \frac{-9}{2}$$

$$\text{alltså } P = \left(\frac{-3}{2}, \frac{-9}{2}\right).$$

Kommentar mellan oss 😊:

(Du kan alltid kontrollera att insättningen av $x = \frac{-3}{2}$ i $f(x) = x - 3$ respektive i $f(x) = 5x + 3$ ger dig samma punkt P)

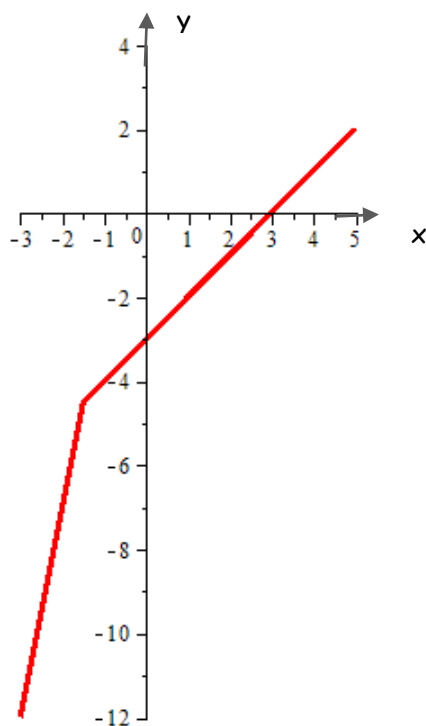
Ytterligare punkter får vi genom att titta på "m" för respektive funktion som ger y- koordinat för linjernas skärningspunkter med y-axeln.

För funktionen $f(x) = x - 3$ då $x \geq \frac{-3}{2}$ kommer att fås $P_1 = (0, -3)$

och

för funktionen $f(x) = 5x + 3$ då $x < \frac{-3}{2}$ kommer att fås $P_2 = (0, 3)$.

Vi markerar nu respektive punkter i koordinatsystemet och ritar "synliga" strålar bara där funktionen är definierad.



Lös ekvationen $-|2x + 3| + 3x = -8$ algebraisk. Kontrollera ditt svar.

Lösning:

Vi börjar med att definiera absolutbeloppet $|2x + 3|$.

Def. ger följande

$$|2x + 3| = \begin{cases} 2x + 3 & \text{om } 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{-3}{2} \\ -(2x + 3) & \text{om } 2x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Alltså **fall1** då $x \geq \frac{-3}{2}$ blir $|2x+3| = 2x+3$

och

fall2 då $x < \frac{-3}{2}$ blir $|2x+3| = -(2x+3)$

fall1 , $x \geq \frac{-3}{2}$	fall2 , $x < \frac{-3}{2}$
$ 2x+3 = 2x+3$ ger	$ 2x+3 = -(2x+3)$ ger
$- 2x+3 + 3x = -8 \Leftrightarrow$ $-(2x+3) + 3x = -8 \Leftrightarrow$ $-2x-3+3x = -8 \Leftrightarrow$ $x-3 = -8 \Leftrightarrow$ $x = -5$	$- 2x+3 + 3x = -8 \Leftrightarrow$ $-(-(2x+3)) + 3x = -8 \Leftrightarrow$ $(2x+3) + 3x = -8 \Leftrightarrow$ $2x+3+3x = -8 \Leftrightarrow$ $5x+3 = -8 \Leftrightarrow$ $5x = -11 \Leftrightarrow$ $x = \frac{-11}{5}$
$x = -5$ ligger inte i det givna intervallet, alltså ger ingen lösning	$x = \frac{-11}{5}$ ligger i det givna intervallet, alltså är en lösning
	Kommenter mellan oss 😊: $x = \frac{-11}{5} = \frac{-22}{10}$ och $x = \frac{-3}{2} = \frac{-15}{10}$ Alltså blir det lätt att konstatera att $x = \frac{-22}{10} < \frac{-15}{10}$ och måste ligga i det givna intervallet

Kontroll:

- **För** $x = -5$
- **VL** $= -|2x+3| + 3x = [\text{sätt } x = -5] = -|2(-5)+3| + 3(-5) = -|-10+3| + (-15) =$
 $= -|-7| -15 = -7-15 = -22$
HL $= -8$, **ty** **VL** $\neq$ **HL** **är** $x = -5$ ingen lösning för ekvationen.

• För $x = \frac{-11}{5}$

$$\begin{aligned} \text{VL} &= -|2x + 3| + 3x = \left[\text{sätt } x = \frac{-11}{5} \right] = -\left| 2\left(\frac{-11}{5}\right) + 3 \right| + 3\left(\frac{-11}{5}\right) = -\left|\left(\frac{-22}{5}\right) + 3\right| + \left(\frac{-33}{5}\right) = \\ &= -\left|\left(\frac{-22}{5}\right) + 3\right| + \left(\frac{-33}{5}\right) = -\left|\frac{-22}{5} + \frac{15}{5}\right| + \left(\frac{-33}{5}\right) = -\left|\frac{-7}{5}\right| + \left(\frac{-33}{5}\right) = -\frac{7}{5} + \left(\frac{-33}{5}\right) = \\ &= -\frac{7}{5} - \frac{33}{5} = \frac{-40}{5} = -8 \end{aligned}$$

$\text{HL} = -8$

Ty $\text{VL} = \text{HL}$ är $x = \frac{-11}{5}$ en lösning för ekvationen.

Svar: $x = \frac{-11}{5}$