Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Malgorzata Wesolowska

Kurskod: **BML 401**
Provkod: **KTR1**



## Lösningsförslag till kontrollskrivning

BML401 Matematik 4 för basår
2016-02-11 kl. 08-10

1. Lös fullständigt ekvationen $4\cos(3x-45^\circ)=-2$. Svara exakt.

lösning:

$$4\cos(3x-45^\circ)=-2 \Leftrightarrow \cos(3x-45^\circ)=\frac{-1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-45^\circ=120^\circ+n\cdot 360^\circ \\ 3x-45^\circ=-120^\circ+n\cdot 360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x=120^\circ+45^\circ+n\cdot 360^\circ \\ 3x=-120^\circ+45^\circ+n\cdot 360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=165^\circ+n\cdot 360^\circ \\ 3x=-75^\circ+n\cdot 360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=55^\circ+n\cdot 120^\circ \\ x=-25^\circ+n\cdot 120^\circ \end{cases}$$

**Svar:**

$$\begin{cases} x=55^\circ+n\cdot 120^\circ \text{ eller} \\ x=-25^\circ+n\cdot 120^\circ \end{cases} \quad \text{där} \quad n\in \mathbb{Z}$$

2. Förenkla $\dfrac{\cos 2x}{\cos(x+45^\circ)}$ så långt som möjligt.

Lösning:

$$\frac{\cos 2x}{\cos(x+45^\circ)}=\begin{bmatrix} \cos 2x=(\cos x)^2-(\sin x)^2 \\ \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta \end{bmatrix}=\frac{(\cos x)^2-(\sin x)^2}{\cos x\cos 45^\circ-\sin x\sin 45^\circ}=$$

$$=\begin{bmatrix} \cos 45^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin 45^\circ==\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}==\frac{(\cos x)^2-(\sin x)^2}{\cos x\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\sin x\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}}=[\textit{konjugatregeln i täljaren}]=$$

$$=\frac{(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}(\cos x-\sin x)}==\frac{(\cos x+\sin x)}{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}=(\cos x+\sin x)\cdot\frac{\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}(\cos x+\sin x)$$

**Svar:**

$$\frac{\cos 2x}{\cos(x+45^\circ)}=\sqrt{2}(\cos x+\sin x)$$

Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Malgorzata Wesolowska

Kurskod: **BML 401**
Provkod: **KTR1**



3. Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = \dfrac{x+2}{e^{-x}}$ i den punkt där $x = 0$.

Lösning:

för $x = 0$ är $y = \frac{0+2}{e^0} = \frac{2}{1} = 2$, tangenten går genom $P = (0,2)$.

linjens ekv. $y = kx + m$

där $k = f'(0)$, sök $f'(x) = \dfrac{1 \cdot e^{-x} - (x+2)\cdot(-e^{-x})}{(e^{-x})^2} = \dfrac{\cancel{e^{-x}}(1+x+2)}{(e^{-x})^{\cancel{2}}} = \dfrac{3+x}{e^{-x}}$

alltså $k = f'(0) = \frac{3+0}{e^0} = \frac{3}{1} = 3$ för $k = 3$ är $y = 3x + m$, ty $P = (0,2)$ är punkt som ligger på tangenten, så uppfyller punktens koordinater linjens ekv. $\Rightarrow$ $2 = 0 + m \Leftrightarrow m = 2$ som medför att $\underline{y = 3x + 2}$.

Svar:

$y = 3x + 2$

4.

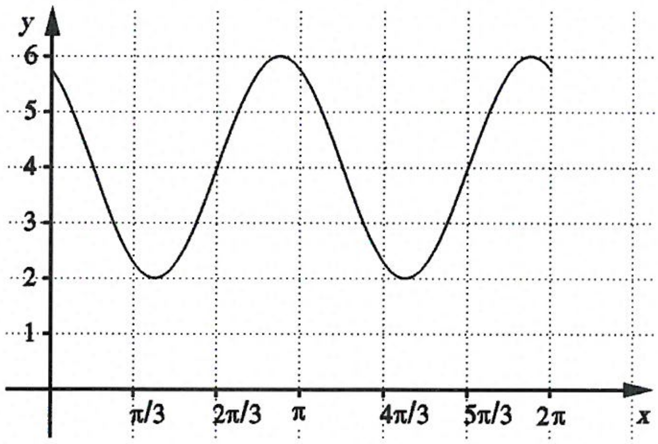
a) Upprita kurvan $y = 4 - 2\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ i intervallet $0 \le x \le 2\pi$.

b) Ange kurvans period, amplitud och förskjutning. Motivera!

c) Ange också funktionens största och minsta värde. Motivera!

Lösning:

a)




b) period $= \frac{2\pi}{2} = \pi$

amplitud $= 2$, förskjutning är $\frac{\pi}{6}$ åt höger i förhållande till kurvan $y = \sin x$ därför att $\left(y = 4 - 2\sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right)\right)$

c) Maximipunkt då $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$ och minipunkt fås då $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$. Alltså funktionens största värde är $4 - (2)\cdot(-1) = \underline{\underline{6}}$ och funktionens minsta värde är $4 - 2 \cdot 1 = \underline{\underline{2}}$