Facit
2017-06-01

1.

Bestäm z då $|z| = 4$ och $\text{Re}(z) = -\text{Im}(z)$. Skriv svaret i polär form. Ange argument i radianer.

Svar: $z = 4\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ eller $z = 4\left(\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)$

2.

Funktionen f är definierad genom $f(x) = x^2 - \sin(3x)$.

a) Bestäm största värde som andraderivatan $f''(x)$ kan anta.

b) Lös ekvationen $f''(x) = \frac{13}{2}$.

Svar:

a) Andraderivatans största värde är 11.

b) $x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$ eller $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$ där $n \in Z$

3. Kurvan $y = 5 - x^2$ begränsar tillsammans med linjerna $y = 4x$ och $y = \frac{x}{2}$ ett område i första kvadranten. Bestäm arean av detta område.

Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt.

Svar: Arean av detta område är $\frac{11}{3}$ a.e.

4.

Lös olikheten $|-2x + 3| + 6x \geq 7$ algebraisk.

Svar: $x \in [1, +\infty[$

5.

Kurvan $y = \cos\frac{x}{2}$ begränsar tillsammans med koordinataxlarna ett område i första kvadranten. Området delas av kurvan $y = \sin\frac{x}{2}$ i två delar. Beräkna förhållandet mellan arean av den större delen och arean av den mindre delen. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt.

Svar: Förhållandet mellan arean av den större delen och arean av den mindre delen är $\sqrt{2}$.

6.

Visa att $z \cdot \bar{z} \geq 4$ då $z = 2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} i$.

7.

En likbent tringel har sin spets i origo och de båda övriga hörnen på kurvan $y = a^2 - x^2$ där $-a \leq x \leq a$. När triangel roterar kring y-axeln bildas en rak cirkulär kon. Bestäm konens maximala volym.

Svar: Konens maximala volym är $\frac{\pi a^4}{12}$ v.e.

Ha en fantastisk sommar