

Kontrollskrivning
BML401 Matematik 4 för basår
2015-02-10 kl. 08-10

Tillåtna hjälpmedel:

Formelsamling : Formler & tabeller i Fysik, Matematik & kemi för gymnasieskolan av Ekholm, Frænkel & Hörbeck från Konvergenta HB, Göteborg.

För varje uppgift ska fullständig lösning med resonemang och motivering ges. Varje uppgift ska avslutas med ett tydligt markerat exakt svar, förenklat så långt som möjligt. **Endast svar ger inga poäng.**

Bedömning:

Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng.

Vid tentamen på kursen kan man tillgodoräkna sig 1 poäng då man har erhållit minst 6 poäng på kontrollskrivningen eller 2 poäng då man erhållit minst 10 poäng på kontrollskrivningen.

Observera att denna bonus enbart gäller för betyget 3 och rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng består tom augusti - september perioden 2015.

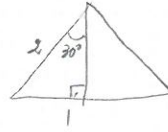
Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

- Lös ekvationen $\sin(2x + 30^\circ) = \frac{1}{2}$
- Bestäm det exakta värdet av $\sin v$ och $\tan v$ då $\cos v = -\frac{1}{3}$ och $\pi \leq v \leq \frac{3\pi}{2}$.
Svaret ges på förenklad exakt form.
- Derivera följande funktioner
 - $g(x) = (3x^2 + x)\sin(5x)$
 - $f(x) = \frac{x - \ln a}{e^x}$ med avseende på x .
 - $h(x) = \frac{e^{-x^2}}{3 - 2x}$
- Upprita kurvan $y = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ i intervallet $0 \leq x \leq 4\pi$.
 - Ange kurvans period, amplitud och förskjutning.
 - Ange också funktionens största och minsta värde.



①

$$\sin(2x + 30^\circ) = \frac{1}{2}$$



$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{alltmi} \quad \sin(2x + 30^\circ) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 30^\circ = 30^\circ + n \cdot 360^\circ \\ 2x + 30^\circ = 180^\circ - 30^\circ + n \cdot 360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 30^\circ - 30^\circ + n \cdot 360^\circ \\ 2x = 150^\circ - 30^\circ + n \cdot 360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = n \cdot 360^\circ \text{ eller} \\ 2x = 120^\circ + n \cdot 360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = n \cdot 180^\circ \text{ eller} \\ x = 60^\circ + n \cdot 180^\circ \end{cases}$$

Svar : $\bullet \begin{cases} x = n \cdot 180^\circ \text{ eller} \\ x = 60^\circ + n \cdot 180^\circ \end{cases} \text{ d\u00e4r } n \in \mathbb{Z}$

②

$$\cos v = -\frac{1}{3} \text{ och } \pi \leq v \leq \frac{3\pi}{2}$$

L\u00f6sning:

$\pi \leq v \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$ att vinkeln ligger i tredje kvadranten, allt\u00e4r \u00e4r $\sin v < 0$ och $\tan v > 0$

• med hj\u00e4lp av trigonometriska ettan $\sin^2 v + \cos^2 v = 1$, f\u00f6r vi efter ins\u00e4tningen av $\cos v = -\frac{1}{3}$ f\u00f6ljande

$$\sin^2 v + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \sin^2 v = 1 - \frac{1}{9} \Leftrightarrow \sin^2 v = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \sin v = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} \Leftrightarrow \sin v = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

ty $\sin v < 0$ f\u00f6r v i tredje kvadranten blir $\sin v = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

N\u00e4re blir $\tan v = \frac{\sin v}{\cos v} = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} = \underline{\underline{2\sqrt{2}}}$
Svar: $\sin v = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan v = 2\sqrt{2}$

③



a)

$$g(x) = (3x^2 + x) \cdot \sin(5x)$$

då blir $g'(x) = (6x + 1) \sin(5x) + (3x^2 + x) \cdot \cos(5x) \cdot 5$

svår: $g'(x) = (6x + 1) \cdot \sin(5x) + 5(3x^2 + x) \cos(5x)$

b) $f(x) = \frac{x - \ln x}{e^x}$ med avseende på x .

då blir $f'(x) = \frac{1 \cdot e^x - (x - \ln x) \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x - (x - \ln x) \cdot e^x}{e^x \cdot e^x} =$
 $= \frac{e^x (1 - (x - \ln x))}{e^x \cdot e^x} = \frac{1 - x + \ln x}{e^x}$

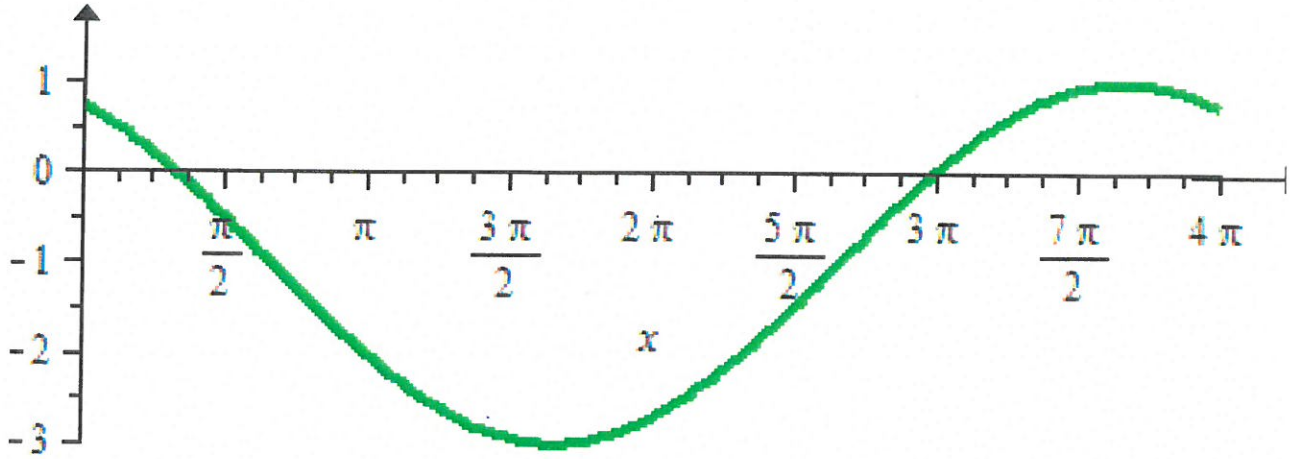
svår: $f'(x) = \frac{1 - x + \ln x}{e^x}$

c) $h(x) = \frac{e^{-x^2}}{3 - 2x}$

då blir

$$h'(x) = \frac{e^{-x^2} \cdot (-2x) \cdot (3 - 2x) - e^{-x^2} \cdot (-2)}{(3 - 2x)^2} =$$
$$= \frac{-2e^{-x^2} (3x - 2x^2 - 1)}{(3 - 2x)^2}$$

svår: $h'(x) = \frac{-2e^{-x^2} (3x - 2x^2 - 1)}{(3 - 2x)^2}$



4b)

$$\text{period} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

$$\text{amplitud} = 2$$

förflyttning är $\frac{\pi}{3}$ åt vänster i förhållande

till kurvan $y = \cos x$

$$\text{Ans } y = 2 \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 2 \cos\left(\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) - 1$$

↓
här kan
du se
förflyttningen $\left(\frac{\pi}{3}\right)$

4c)

$$y_{\max} \text{ då } \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow y_{\max} = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$y_{\min} \text{ då } \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Rightarrow y_{\min} = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$$

Svar:

a) se bilden!

b) period = 4π , amplitud = 2, förflyttning är $\frac{\pi}{3}$ åt vänster i förhållande till kurvan $y = 2\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

$$c) y_{\max} = y_{\text{störste}} = 1$$

$$y_{\min} = y_{\text{minste}} = -3$$