

Tentamen, BML401, 2015-04-09, kl 08.00-12.00
Matematik 4 för basår, 8 hp

Tillåtna hjälpmedel:

Formelsamling: *Formler & tabeller i Fysik, Matematik & kemi för gymnasieskolan* av Ekholm, Fränkel & Hörbeck från Konvergenta HB, Göteborg.

För varje uppgift ska fullständig lösning med resonemang och motivering ges. Varje uppgift ska avslutas med ett tydligt markerat exakt svar, förenklat så långt som möjligt. **Endast svar ger inga poäng.**

Bedömning:

Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyg n ($n = 3, 4$ eller 5) krävs minst $4(n-1)$ poäng. För godkänd dugga kan man tillgodoräkna sig 1-2 poäng vid tentamen. Observera att denna bonus enbart gäller för betyg 3. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng består tom augusti - september perioden 2015.

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. För det komplexa talet z gäller att $|z| = 2$ och $\arg z = \frac{3\pi}{4}$.

- a) Skriv z i formen $x + iy$ och markera z i ett komplext talplan.
- b) Markera talet $(-2iz)$ i samma talplan.
- c) Ange argument och absolutbelopp för talet $(-2iz)$.

2.

- a) Lös fullständigt ekvationen $2 \sin(2x + \pi/3) = 1$ i intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$. Svara exakt. (2p)
- b) Man vet att $\sin u = \frac{3}{5}$ och att vinkeln u ligger mellan 0° och 90° . Bestäm det exakta värdet för $\sin(u + 60^\circ)$. (1p)

3.

- a) Beräkna integralen $\int_1^e \frac{x + \sqrt{x}}{x^2} dx$. Svaret ges på förenklad exakt form.
- b) Beräkna integralen $\int_0^{1/3} \left(\cos(\pi x) + \frac{\pi}{3} \right) dx$. Svaret ges på förenklad exakt form.
- c) Beräkna integralen $\int (\sin x)^2 dx$.

4. Ett område i första kvadranten begränsas av x -axeln, linjen $x = 4$ och kurvan $y = \sqrt{x}$. Låt området rotera kring y -axeln. Beräkna volymen av den uppkomna rotationskroppen. Svara exakt.

5. Leonard Euler, en schweizisk matematiker på 1700-talet, visade att

$$\frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} = \cos x \quad \text{och} \quad \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} = \sin x$$

Visa att formlerna gäller.

6. För vilka x gäller $\left| x + 3 \right| - \left| 2x - \frac{1}{3} \right| \leq 2$?

7. Om funktionen f och g vet man att

- $f(0) = 4$ och $f'(x) = 3 - 6e^{-2x}$
- $g'(x) = f'(x)$
- kurvorna $y = g(x)$ och $y = f(x)$ innesluter tillsammans med linjerna $x = -1$ och $x = 4$ ett område med arean 10 areaenheter

Bestäm $g(x)$.

Lycka till !

