

Tentamen, BML401, 2015-06-04, kl. 08.00-12.00

Matematik 4 för basår, 8 hp

Tillåtna hjälpmedel:

Formelsamling: *Formler & tabeller i Fysik, Matematik & kemi för gymnasieskolan* av Ekholm, Fränkel & Hörbeck från Konvergenta HB, Göteborg.

För varje uppgift ska fullständig lösning med resonemang och motivering ges. Varje uppgift ska avslutas med ett tydligt markerat exakt svar, förenklat så långt som möjligt. **Endast svar ger inga poäng.**

Bedömning:

Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyg  $n$  ( $n = 3, 4$  eller  $5$ ) krävs minst  $4(n - 1)$  poäng.

För godkänd dugga kan man tillgodoräkna sig 1-2 poäng vid tentamen. Observera att denna bonus enbart gäller för betyg 3. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng består tom augusti - september perioden 2015.

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1.

a) För vilket värde på det reella talet  $t$  blir  $z = (1+t) \cdot (1+i) - t \cdot (1-2i)$  reellt? (1p)

b) Hur förändras argument och absolutbelopp för ett komplext tal  $z$  om det multipliceras med  $\frac{1}{2}i$ . (2p)

2.

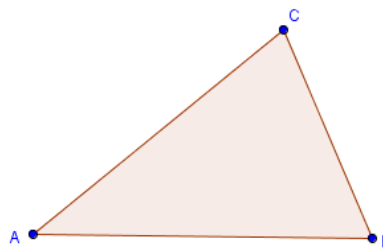
a) Lös ekvationen  $\sin(5x) = \sin(2x)$ . Lämna ett exakt svar i radianer. (2p)

b) Ekvationen  $\sin x - \cos x = 0$  har en rot i intervallet  $\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ . Vilken är roten? Ange exakt svar. (1p)

3. I den spetsvinkliga triangeln ABC är  $\sin A = \frac{3}{5}$

a) Bestäm värdet av  $\sin(B + C)$

b) Bestäm värdet av  $\cos(B + C)$



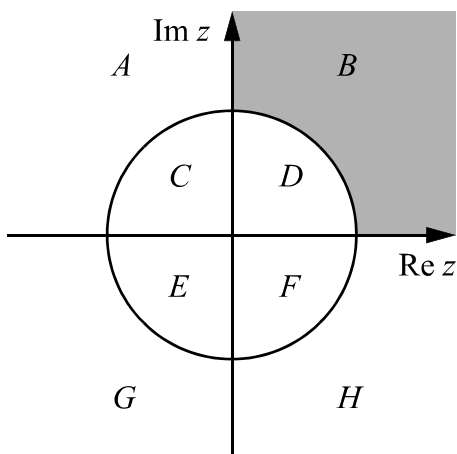
4. Beskriv funktionen  $f(x) = 3x - |-2x + 1|$  utan absolutbelopp och rita kurvan  $y = f(x)$ .  
Ange tydligt svar.

5. Om man vill beräkna längden  $L$  av en kurva  $y = f(x)$  mellan två punkter vars  $x$ -koordinater är  $a$  och  $b$  kan man använda formeln

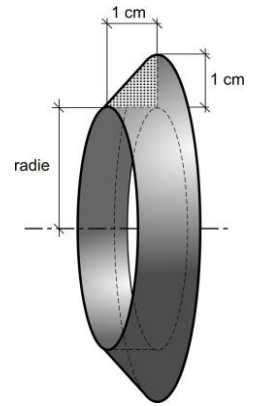
$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Beräkna längden av kurvan  $y = \left(x - \frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}}$  i intervallet  $1 \leq x \leq 4$ .

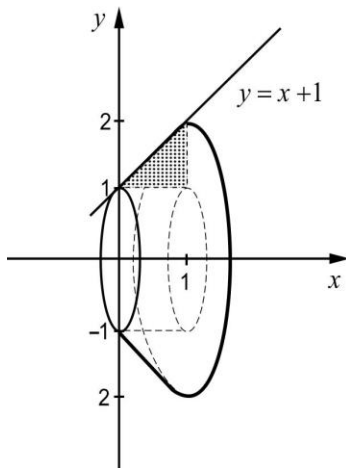
6. I figuren är åtta olika områden i det komplexa talplanet markerade med  $A, B, C, D, E, F, G$  och  $H$ .  
Cirkeln är en enhetscirkel med centrum i origo. Cirkeln och koordinataxlarna ingår inte i något av de markerade områdena. Bestäm i vilket eller vilka områden talet  $\frac{1}{z}$  kan ligga om  $z$  ligger i  $B$ .



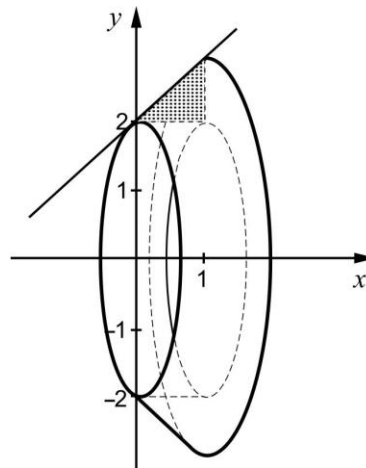
7. Ett företag tillverkar tättningsringar för rör i olika storlekar. Alla ringar har både höjden och tjockleken 1 cm, men kan ha olika radier (se figur 1).



Tättningsringar kan representeras matematiskt genom rotation av trianglar runt  $x$ -axeln. I figur 2 och 3 ser du exempel på detta. I dessa figurer har ringarna radierna 1 cm respektive 2 cm.



Figur 2



Figur 3

Hur förändras volym om en tättningsring får 1 cm större inre radie?

