Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Malgorzata Wesolowska

Kurskod: **BML 401**
Provkod: **TEN 1**

Tentamen, BML401, 2016-06-02, kl 14.00-18.00
Matematik 4 för basår, 8 hp

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling: *Formler & tabeller i Fysik, Matematik & kemi för gymnasieskolan* av Ekholm, Frænkel & Hörbeck från Konvergenta HB, Göteborg.
- Passare

För varje uppgift ska fullständig lösning med resonemang och motivering ges. Varje uppgift ska avslutas med ett tydligt markerat exakt svar, förenklat så långt som möjligt. **Endast svar ger inga poäng**.

Bedömning:

Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyg n (n =3, 4 eller 5) krävs minst 4(n -1) poäng.
För godkänd dugga kan man tillgodoräkna sig 1-2 poäng vid tentamen. Observera att denna bonus enbart gäller för betyg 3. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng består tom augusti - september perioden 2016.

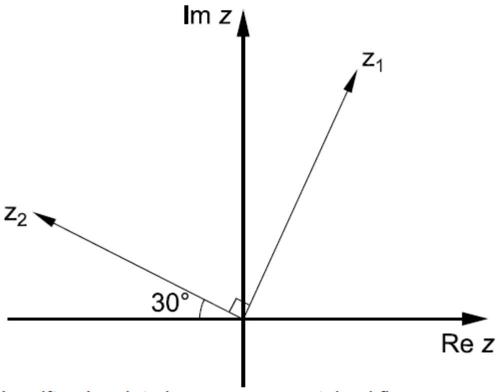
---

1. För det komplexa talen z_1 och z_2 som är markerade i figuren gäller att $|z_1| = 10$ och $\operatorname{Im} z_2 = 4$.

a) Bestäm z_1 på polär form.

b) Bestäm z_2 på polär form.

c) Beräkna $\dfrac{z_1}{z_2}$ och svara på formen $a + bi$.



Uppgiften kan inte lösas genom mätning i figuren.

2.

a) Lös ekvationen $y' = 1$ då $y = -\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right)$. Svara exakt i radianer.

b) Derivera $y = \ln\left(\dfrac{\sqrt{x}}{x^2}\right)$.

vänd ⇨

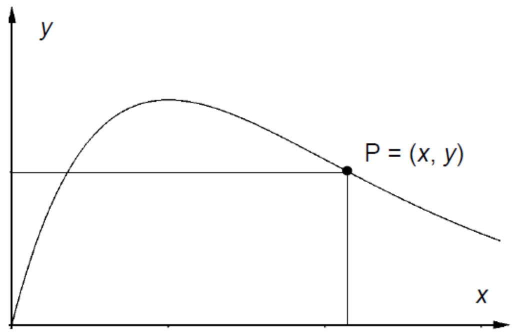
3.

a) Skriv om funktionen $f(x) = \sin x + \sqrt{3}\cos x$ på formen $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = \mathrm{C}\sin(\mathrm{x} + \alpha)$, där $C > 0$.

b) Lös fullständigt ekvationen $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$. Svara exakt.

4. Lös olikheten $x^2 - |x| \leq 6$.

5. Figuren visar grafen till funktionen $y = 4x \cdot e^{-x}$ i intervallet $x \geq 0$.
Från en punkt P på kurvan dras linjer mot x-axeln och y-axeln så att en rektangel bildas (se figur).



Visa med hjälp av derivata att rektangelns area har ett lokalt maximum för $x = 2$.

6. Kurvan $y = 1 + \sin x$ och de positiva koordinataxlarna begränsar ett område, som roterar kring x-axeln. Beräkna den uppkomna rotationskroppens volym.

7. En doftkula har volymen $3{,}0\ cm^3$. På grund av avdunstning minskar kulans volym med tiden t månader på ett sådant sätt att volymändringen per tidsenhet är proportionell mot kulans area. Efter 1 månad är doftkulans volym $2{,}0\ cm^3$.

a) Visa att förutsättningarna ovan leder till att $\dfrac{dr}{dt} = k$ där k är en konstant och $r\ cm$ betecknar kulans radie efter t månader.

b) Beräkna kulans volym efter 4 månader.

Lycka till !