

Tentamen, BML401, 2017-03-13, kl 14.00-18.00

Matematik 4 för basår, 8 hp

Tillåtna hjälpmedel:

Formelsamling: *Formler & tabeller i Fysik, Matematik & kemi för gymnasieskolan* av Ekholm, Fränkel & Hörbeck från Konvergenta HB, Göteborg.

För varje uppgift ska fullständig lösning med resonemang och motivering ges. Varje uppgift ska avslutas med ett tydligt markerat exakt svar, förenklat så långt som möjligt. **Endast svar ger inga poäng.**

Bedömning:

Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyg n ($n = 3, 4$ eller 5) krävs minst $4(n-1)$ poäng.

För godkänd dugga kan man tillgodoräkna sig 1-2 poäng vid tentamen. Observera att denna bonus enbart gäller för betyg 3. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng består tom augusti - september perioden 2015.

1.

- Lös fullständigt ekvationen $2 \sin^2 x - \cos x = 1$.
- Skriv om funktionen $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ på formen $f(x) = C \sin(x + \alpha)$, där $C > 0$.

2.

- Skriv det komplexa talet $w = \frac{3-2i}{5+i}$, på formen $re^{i\varphi}$.
- Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^3 + 8 = 0$. Svara på formen $a + bi$.

3. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^2$, $y = 2$ och $y = \sqrt{x}$. Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt.

4.

- Beskriv funktionen $f(x) = -x + |2 - 3x|$ utan absolutbelopp och rita kurvan $y = f(x)$.
- Lös ekvationen $-x + |2 - 3x| = 3$ algebraiskt.

Vänd \Rightarrow

5. Beräkna integralernas värde

a)
$$\int_1^2 \frac{x - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

b)
$$\int x \ln x dx$$

c)
$$\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx$$

6. Upprita kurvan $y = \frac{(e^x + e^{-x})}{2}$ i ett koordinatsystem. En rät linje parallell med y -axeln skär positiva x -axeln och begränsar tillsammans med de positiva koordinataxlarna och kurvan ett område med arean 1 areaenhet.

Bestäm volymen av den kropp som alstras då detta område får rotera kring x -axeln.

Det förväntas att du förenklar svaret så långt det går.

7. Ett halvklot med radien r tangeras på utsidan av en rak cirkulär kon. Bestäm exakt konens toppvinkel då konens volym är så liten som möjligt.

Lycka till!

