

Tentamen, BML401, 2018-03-12, kl 14.00-18.00  
Matematik 4 för basår, 8 hp

Tillåtna hjälpmedel:

Formelsamling: *Formler & tabeller i Fysik, Matematik & kemi för gymnasieskolan* av Ekholm, Fränkel & Hörbeck från Konvergenta HB, Göteborg.

För varje uppgift ska fullständig lösning med resonemang och motivering ges. Varje uppgift ska avslutas med ett tydligt markerat exakt svar, förenklat så långt som möjligt. **Endast svar ger inga poäng.**

Bedömning:

Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyg  $n$  ( $n = 3, 4$  eller  $5$ ) krävs minst  $4(n - 1)$  poäng. För godkänd dugga kan man tillgodoräkna sig 1-2 poäng vid tentamen. Observera att denna bonus enbart gäller för betyg 3. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng består tom augusti - september perioden 2018.

1.

- a) Visa att  $\frac{1}{2}(1 - \cos(2x)) = \sin^2 x$ . (1p)
- b) Lös ekvationen  $\cos(2x) = 2 \sin x$ . (2p)

2.

- a) Skriv  $10e^{\frac{5\pi i}{2}}$  i formen  $a + bi$ .
- b) Skriv  $-\sqrt{2} - \sqrt{2}i$  i formen  $r \cdot e^{i\phi}$ .
- c) Skriv  $\frac{1}{z^2}$  i formen  $a + bi$ , där  $z = 3 + 4i$ .

3.

- a) Teckna med hjälp av integral uttryck för arean av det område som begränsas av kurvorna  $y = x^2$ ,  $y = 2 - x^2$  och linjen  $y = 2$ . Integrationsgränserna skall bestämmas algebraiskt. (1p)
- b) Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna  $y = x^2$ ,  $y = 2 - x^2$  och linjen  $y = 2$ . (2p)

4. För  $z = \frac{1}{1+ai} + \frac{1}{1+2i}$  där  $a$  är ett reellt tal och  $i$  den imaginära enheten, skall  $a$  bestämmas så, att  $z$  blir reellt. Ange såväl  $a$  som  $z$ .
5. Lös olikheten  $|x| - |5 - 3x| + 3 \leq x$ .
6. Bestäm det reella talet  $k$  så att ekvationen  $z^3 + 4z^2 + kz + 40 = 0$  får en rot  $z = 2 - i$ . Lös därefter ekvationen fullständigt och ge rötterna på formen  $a + bi$ ,  $a$  och  $b$  reella.
7. Inuti ett klot med radien 1,0 m placeras en rak cirkulär kon så att bascirkeln och spetsen ligger på klotytan. Beräkna förhållandet mellan konens volym och klotets volym då konens volym är så stor som möjligt.

Lycka till ! 