

Tentamen, BML401, 2018-04-05, kl 8.00-12.00  
Matematik 4 för basår, 8 hp

Tillåtna hjälpmedel:

Formelsamling: *Formler & tabeller i Fysik, Matematik & kemi för gymnasieskolan* av Ekholm, Fränkel & Hörbeck från Konvergenta HB, Göteborg.

För varje uppgift ska fullständig lösning med resonemang och motivering ges. Varje uppgift ska avslutas med ett tydligt markerat exakt svar, förenklat så långt som möjligt. **Endast svar ger inga poäng.**

Bedömning:

Varje uppgift bedöms med 0-3 poäng. För betyg  $n$  ( $n=3, 4$  eller  $5$ ) krävs minst  $4(n-1)$  poäng. För godkänd dugga kan man tillgodoräkna sig 1-2 poäng vid tentamen. Observera att denna bonus enbart gäller för betyg 3. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng består tom augusti - september perioden 2018.

1.

- Lös ekvationen  $\cos(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
- Bestäm det exakta värdet av  $\cos(2v)$  om  $\cos v = \frac{8}{9}$ .
- Derivera  $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x}$ . Svara så enkelt som möjligt.

2.

- Beräkna  $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ .
- Beräkna  $\int xe^{2x} dx$ .
- Beräkna  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (2 \sin x + 5) \cos x dx$ .

3.

- Bestäm  $|z|$ , då  $z = \frac{1+2i}{i}$ . Svara så enkelt som möjligt. (1p)
- Man kan definiera sinusfunktionen för komplexa  $z$  genom formeln

$$\sin z = \frac{1}{2i} (e^{iz} - e^{-iz}).$$

Bestäm med denna definition  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + i\right)$ . Svara så enkelt som möjligt.

4. Beskriv funktionen  $f(x) = 2x - |2 - 4x|$  utan absolutbelopp och rita kurvan  $y = f(x)$ .

5. Undersök om funktionen  $f(x) = \frac{1}{2x-5}$  antar något största värde då  $x \geq 0$ .

6. För polynomet  $p$  gäller att  $p(z) = z^5 + 4z^3 - 2z^2 - 8$ .

a) Visa att  $(z^2 + 4)$  är en faktor i polynomet  $p$ . 1p

b) Lös ekvationen  $z^5 + 4z^3 - 2z^2 - 8 = 0$ .

7. Ett område, som begränsas av kurvan  $f(x) = \sqrt{2rx - x^2}$ , en radie som träffar kurvan i en punkt med  $x$ -koordinaten  $h$  och  $x$ -axeln, roterar kring  $x$ -axeln. Den alstrade kroppen kallas klotsektor.

Visa att dess volym är  $\frac{2\pi \cdot r^2 h}{3}$ .

