Svar Tentamen ETE325

2020-08-27

(1)

1.

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

b) 18

c) $(x_1, x_2, x_3) = (1, -1, 1)$

2. a) $B = \left(\frac{13}{9}, \frac{-1}{9}, \frac{8}{9}\right)$ ligger närmast

och på avst. $\frac{5}{3}$ från Q.

b) T. ex. $P = (4,0,2)$, $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 0 - t \\ z = 2 \end{cases}$ (Q då $t = -1$)

3. a) Se boken

b) ON-bas: $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{e} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \underline{e} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{e} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

4. a) $\bar{u} = \underline{f} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} = -2\bar{f}_1 - 2\bar{f}_2 + 5\bar{f}_3$

b) $A_e = T A_f T^{-1}$ med $A_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

ger $A_e = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -3 \\ -4 & -1 & -4 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

5. $N(F)$ bas $\left\{ \underline{e}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{e}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ (t ex) 2

$V(F)$ bas $\left\{ \underline{e}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \underline{e}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ (t ex)

Dessa baser är linjärt oberoende,

så $N(F) \cap V(F) = \{\bar{0}\}$

6 a) Se boken

b) T ex

$$\bar{f}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\underline{e}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{f}_2 = \underline{e}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{f}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\underline{e}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. Om vi skriver $V(A)$ för värderummet för en linjär avb. med matris A och $N(A)$ för nollrummet,

kan man se att (n = antal kol i A)

antal linj. ober rader i A = antalet linj. ober kolonner i A^t = $\dim V(A^t)$.

Men raderna i A genererar $N(A)^\perp$ eftersom de är ortog. mot lösn. till $AX = 0$. Så det följer att

$$\dim V(A^t) = \dim N(A)^\perp = n - \dim N(A)$$

$= \dim V(A)$ enl. dimensionssatsen

och påståendet är visat. $\square$