Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Avd. Tillämpad Matematik
Armen Asratian

SVAR TADI03 2018–04–06

1. Svar: Antingen $x = 4, y = 9$ eller $x = 20, y = 2$.

Lösning: Först får vi att $sgd(208, 91) = 13$. Ekvationen har minst en lösning ty 13 delar talet 2236. Dividera ekvationens båda sidor med 13. Vi får ekvationen $7x + 16y = 172$, som har lösningen $x = 1204 - 16n$, $y = -516 + 7n$, där n är ett godtyckligt heltal. Eftersom $x \geq 0$ och $y \geq 0$ så är $\dfrac{516}{7} \leq n \leq \dfrac{1204}{16}$, dvs $73\frac{5}{7} \leq n \leq 75\frac{4}{16}$. Det innebär att $74 \leq n \leq 75$ ty n är ett heltal.
Om $n = 74$ får vi att $x = 1204 - 16 \cdot 74 = 20$, $y = -516 + 7 \cdot 74 = 2$.
Om $n = 75$ får vi att $x = 1204 - 16 \cdot 75 = 4$, $y = -516 + 7 \cdot 75 = 9$.

2. Svar: Slutledningen är korrekt.

Lösning:
1) Antag att den här slutledningen inte är korrekt.
2) Detta innebär att förutsättningarna $\neg q \to \neg p$, $r \vee s$ och $(q \wedge r) \to s$ är sanna medan slutsatsen $p \to s$ är falsk.
3) Eftersom $p \to s$ är falsk måste p vara sann och s vara falsk.
4) Eftersom $r \vee s$ är sann (enligt (2)) och s är falsk (enligt (3)) måste r vara sann.
5) Eftersom $(q \wedge r) \to s$ är sann (enligt (2)), r är sann (enligt (4)) och s är falsk (enligt (3)) måste q vara falsk.
6) Eftersom q är falsk (enligt (5)) och p är sann (enligt (3)), så är $\neg q \to \neg p$ falsk.
Vi ser att antagandet att slutledningen inte är korrekt leder till en motsägelse, nämligen att utsagan $\neg q \to \neg p$ är både sann (enligt (2)) och falsk (enligt (6)). Därför är slutledningen korrekt.

4. Svar: $29! - (26! + 24! + 27! - 22! - 24! - 23! + 21!)$.

5a. Svar: $\dfrac{3 \cdot 8!}{2!2!2!} + \dfrac{3 \cdot 8!}{2!2!}$

5b: Svar: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 3 \cdot \binom{4}{2} \cdot 5 \cdot 4 + 3 \cdot \binom{4}{2}$.

Lösning: Antalet ord som består av fyra olika bokstäver är lika med $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$. Antalet ord som innehåller precis ett par likadana bokstäver är lika med $3 \cdot \binom{4}{2} \cdot 5 \cdot 4$. Antalet ord som innehåller två par likadana bokstäver är lika med $3 \cdot \binom{4}{2}$.
Totala antalet ord är lika med $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 3 \cdot \binom{4}{2} \cdot 5 \cdot 4 + 3 \cdot \binom{4}{2}$.

6a. Svar: 14 hörn har gradtal 5 och 6 hörn har gradtal 8.

Lösning: Låt x vara antalet hörn i G med gradtal 5 och y vara antalet hörn med gradtal 8. Då är $x + y = 20$. Dessutom gäller, enligt handskakningslemmat, att $4x + 5y = 2|E(G)| = 118$. Vi får att $y = 20 - x$, $5x + 8(20 - x) = 118$. Alltså är $x = 14$ och $y = 20 - x = 4$.

6b. Svar: 6 icke-isomorfa uppspännade träd.