

Tentamen i Diskret Matematik (TADI03/TEN1)

2016-06-03

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Varje rätt löst uppgift är värd 3 poäng. 8 poäng räcker för betyg tre, 12 poäng för fyra och 15 poäng för femma.

Motivera dina lösningar!!!

1. Bestäm alla **positiva** heltalslösningar (x, y) till ekvationen:

$$169x + 91y = 3133.$$

2. Avgör om slutledningen

$$((p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow \neg q) \wedge (r \rightarrow t) \wedge ((t \rightarrow (s \vee \neg q))) \rightarrow (p \rightarrow s))$$

är korrekt.

3. Visa att formeln

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(4k-3)(4k+1)} = \frac{n}{4n+1}$$

gäller för alla heltal $n \geq 1$.

4. Låt symbolerna a_1, a_2, \dots, a_8 förekomma med respektive frekvenser

$$w_1 = 3, w_2 = 4, w_3 = 4, w_4 = 5, w_5 = 6, w_6 = 10, w_7 = 11, w_8 = 12$$

i ett meddelande M skrivet i alfabetet $A = \{a_1, a_2, \dots, a_8\}$.

Med hjälp av Huffmans algoritm hitta en optimal prefixkod $P = \{P(a_1), P(a_2), \dots, P(a_8)\}$, d.v.s. en sådan prefixkod P att antalet siffror i koden $P(M)$ är minimalt.

Hur många siffror innehåller följden $P(M)$ för denna optimala prefixkod?

5. a) Bestäm koefficienten framför x^{140} i utvecklingen av $(x^5 + \frac{3}{x})^{100}$. (1p)

b) Hur många av heltalen från 1 till och med 2000 är delbara med något av talen 3, 5 eller 7? (2p)

6. Hur många **sexsiffriga** positiva heltal kan man bilda av siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7?

Observera att varje siffra får användas högst så många gånger som den förekommer bland de givna bokstäverna.