

# Tentamen i Diskret Matematik (TADI03/TEN1)

2017-05-30

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Varje rätt löst uppgift är värd 3 poäng. 8 poäng räcker för betyg tre, 12 poäng för fyra och 15 poäng för femma.

Motivera dina lösningar!!!

1. a) På hur många olika sätt kan siffrorna 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4 ordnas så att två 3:or inte står bredvid varandra? (1p.)

b) På hur många olika sätt kan talet 30 skrivas som en summa av 2:or och/eller 5:or om man tar hänsyn till den ordning i vilken man summerar ihop 2:orna och 5:orna?  
(T.ex.  $5+5+5+5+2+2+2+2+2$  och  $2+2+2+2+2+5+5+5+5$  betraktas som olika summor). (2p.)

2. Avgör om slutledningen

$$((p \vee r) \wedge ((t \vee p) \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \rightarrow (q \vee s)$$

är korrekt utan att använda sanningsvärdestabellen.

3. Visa att formeln

$$\sum_{k=1}^n k(k+3) = \frac{n(n+1)(n+5)}{3}$$

gäller för alla heltal  $n \geq 1$ .

4. I ett konstmuseum var entréavgiften 85 kronor för barn och 221 kronor för vuxna. En kväll konstaterades att man fått 3587 kronor i kassan. Hur många barn och vuxna kan ha betalat entré?

5. a) Låt  $G$  vara en enkel graf med 120 hörn och 310 kanter. Varje hörn i  $G$  har gradtal 6 eller 5. Hur många hörn har gradtal 6 och hur många har gradtal 5? (1p.)

b) Låt symbolerna  $a_1, a_2, \dots, a_7$  förekomma med respektive frekvenser

$$w_1 = 8, w_2 = 9, w_3 = 23, w_4 = 30, w_5 = 35, w_6 = 70 \text{ och } w_7 = 100$$

i ett meddelande  $M$  skrivet i alfabetet  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\}$ .

Med hjälp av Huffmans algoritm hitta en optimal prefixkod  $P = \{P(a_1), P(a_2), \dots, P(a_7)\}$ , d.v.s. en sådan prefixkod  $P$  att antalet siffror i koden  $P(M)$  är minimalt. Hur många siffror innehåller följden  $P(M)$  för denna optimala prefixkod? (2p.)

**VAR GOD VÄND!**

6. Bestäm antalet permutationer av siffrorna  $1, 2, \dots, 9$  som uppfyller minst ett av nedanstående villkor:

- den fjärde siffran är en etta,
- den sjunde siffran är en fyra,
- trean står omedelbart före fyran.

**LYCKA TILL!**