

Problem:

Hur många olika bokstavsföljder av 4 bokstäver kan vi bilda med bokstäverna i ordet KNAPPAR ?

Lösning:

Vi strukturerar information något genom att skriva upp bokstäverna på följande sätt:

$$\begin{array}{c} \text{AP} \\ \text{KNAPR} \end{array}$$

Vi ser att vi har 5 olika bokstäver, samt dubbelt av A och P. Här är det inte så enkelt att vi bara kan räkna hur många möjligheter som finns för varje plats och sedan multiplicera dem enligt multiplikationsprincipen. Beroende på om vi väljer ett A eller P respektive någon av de andra bokstäver till första platsen så kommer vi ha olika många att välja på till plats 2, 3 och 4. Vi har *inte oberoende val* som var en förutsättning i multiplikationsprincipen.

För att räkna varje bokstavsföljd precis en gång behöver vi **dela upp i fall**.

(Notera att fallen måste vara sådana att varje möjlighet kommer med precis en gång. Det betyder att varje bokstavsföljd passar in i något av fallen samt att fallen inte överlappar varandra så att något ord räknas flera gånger.)

Vi gör följande falluppdelning:

- Högst en av varje bokstav.

Det finns 5 olika bokstäver att välja bland och 4 platser som ska besättas så enligt multiplikationsprincipen finns det $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ olika sådana bokstavsföljder. Detta fall ger alltså **120** olika bokstavsföljder.

- Två A, högst en av de övriga bokstäverna.

Välj först plats för A:na. Vi ska välja 2 platser bland 4 (utan inbördes ordning, d v s kombination) så det kan göras på $\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ olika sätt.

Fyll nu på med bokstäver på de återstående platserna. Vi har 4 olika bokstäver att välja bland (A:na är borta) och 2 platser, vilket ger $4 \cdot 3 = 12$ olika möjligheter, enligt multiplikationsprincipen.

Detta fall ger därför $6 \cdot 12 = \mathbf{72}$ olika bokstavsföljder, enligt mult.principen.

- Två P, högst en av de övriga bokstäverna.

Räkningarna blir exakt de samma som i fallet ovan, fast A byts mot P, så vi har även här **72** olika bokstavsföljder.

- Två A och två P.

Välj först plats för A:na, vilket kan göras på $\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ olika sätt. P:na får de återstående två platserna så att placera P:na kan nu, när platserna för A:na valts, bara göras på ett sätt.

Detta fall ger därför $6 \cdot 1 = \mathbf{6}$ olika bokstavsföljder, enligt multiplikationsprincipen.

Det totala antalet möjligheter fås genom att addera antalen i de fyra fallen. Vi får $120 + 72 + 72 + 6 = 270$ olika bokstavsföljder.

Svar: Vi kan bilda **270** olika bokstavsföljder med fyra bokstäver enligt ovan.