

## Tentamen

### TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp

**2023-03-15 kl. 8-13**

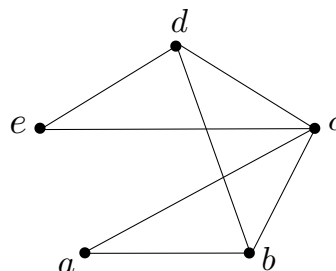
På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs minst 8p, för betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

**Tillåtna hjälpmedel:** Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

---

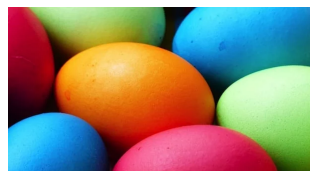
1. a) Finns det någon öppen eller sluten eulerväg i grafen  $G$  intill? Ge ett exempel om den finns eller motivera varför den inte finns för vardera vägtyp.
- b) Ange komplementgrafan till  $G$ .
- c) Finns det någon hamiltoncykel i  $G$ ? Ge ett exempel eller motivera varför sådan inte finns.



2. Mängderna  $A$ ,  $B$  och  $C$  är delmängder till en grundmängden  $\mathcal{U}$  som innehåller 10 element. Vi vet också att  $A \subseteq B \subseteq C$ .
  - a) Hur många element kan då  $A$  maximalt innehålla samt hur många element kan  $B$  som minst innehålla?
  - b) Vad vet vi om mängderna  $A$  och  $B$  om det dessutom gäller att  $B \setminus A \subseteq C \setminus B$ ? Redovisa ditt resonemang och dina slutsatser.
3. Lös den diofantiska ekvationen nedan och ange samtliga lösningar samt ange den eller de lösningar för vilka både  $x$  och  $y$  är positiva.

$$49x + 126y = 1435$$

4. a) Till påskfesten finns det chokladägg i fyra färger: blåa, gröna, orange och rosa. Om man tar två av varje färg och lägger i en rad, på hur många olika sätt kan man ordna dem? (Om två ägg med samma färg byter plats ser vi det inte som en ny ordning.)
- b) Till festen ska det fyllas påskägg med 10 chokladägg i vardera som väljs bland äggen i de fyra färgerna. På hur många sätt kan vi välja ut 10 chokladägg bland de fyra färgerna med olika färgkombination?



5. En graf är ett träd och innehåller en nod av grad 6, två noder av grad 4, fem noder av grad 3 samt ett visst antal löv. Bestäm utifrån givna satser hur många löv trädet innehåller. (Grafisk lösning ger ej poäng.)

6. Avgör med någon metod i kursen huruvida följande slutledning är logiskt korrekt eller ej:

$$(p \rightarrow \neg r) \wedge (s \vee t \rightarrow \neg q) \wedge p \wedge (\neg q \rightarrow r) \Rightarrow \neg s$$

7. En talföljd  $a_n$ , där  $n = 0, 1, 2, \dots$  definieras rekursivt av uttrycket

$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}, & n = 2, 3, 4 \dots \\ a_0 = 5, a_1 = 20 \end{cases}$$

Bestäm utifrån rekursionen de följande talen  $a_2$  och  $a_3$  och bestäm utifrån det mönster du ser en formel för  $a_n$ . (Ledning: printalsfaktorisera). Visa sedan att formeln är korrekt för alla heltal  $n \geq 0$  med induktion.