

Tentamen

TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp

2023-08-21 kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs minst 8p, för betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. a) Visa att $\neg(p \rightarrow s) \Leftrightarrow p \wedge \neg s$.
b) Inför lämpliga satsparametrar och formulera följande slutledning som ett satslogiskt uttryck: "Det regnar. Om det regnar så blåser det. Det blåser inte eller så lyser solen. Slutsats: Solen lyser."
c) Avgör med någon metod i kursen huruvida slutledningen i b) är korrekt eller ej.
2. Visa med hjälp av induktion att följande likhet gäller för alla $n \geq 1$:

$$\sum_{k=1}^n \frac{k(k+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

3. a) Bestäm största gemensamma delare till talen 1050 och 1701.
b) Använd att $1050 \cdot 1701 = 1\,786\,050$. Bestäm utifrån det antalet olika positiva delare till talet 1 786 050.
4. a) En styrelse bestående av ordförande, kassör och sekreterare ska utses bland 8 studenter. På hur många sätt kan detta göras?
b) Av de 8 studenterna i a)-uppgiften är 5 dataingenjörer och 3 elektroingenjörer. På hur många sätt kan styrelsen väljas om vi lägger till villkoret att den ska innehålla minst en elektroingenjör?
5. a) Finns det någon $x^{14}y^4$ -term i utvecklingen av $(x^2y - \frac{2}{y})^{10}$? Bestäm i så fall koefficienten för denna term.
b) En graf är ett träd med åtta noder av grad 5, fyra noder av grad 10 och ett visst antal löv. Bestäm utifrån givna satser hur många löv grafen måste innehålla. (Grafisk lösning ger ej poäng.)
6. Gäller följande mängdlikheter för alla mängder A , B och C ? Bevisa likheten om den gäller respektive ge ett motexempel med högst 3 element i grundmängden om den inte gäller.
 - a) $(B \setminus C)^c \cap A = (A \cap C) \setminus B$
 - b) $(A \cap B^c) \setminus C = (C^c \cap A) \setminus B$

7. Blomgrafen B_n består av en nod i mitten (pistill) och n stycken trekantiga blomblad. Figuren visar grafen B_4 . Bestäm (uttryckt i n) hur många olika hamiltoncykler respektive olika slutna eulervägar som B_n har. (Obs! Slutna vägar (cykler) betraktas inte som olika så länge de genomlöper kanter och noder i samma ordning även om man väljer olika startnod på cykeln.)

