

## Tentamen

### TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp

### 2024-01-10 kl. 14-19

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs minst 8p, för betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

**Tillåtna hjälpmedel:** Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

---

- I staden Lillköping bor det 11 500 personer. Låt  $D_1$  vara mängden av alla personer i Lillköping som har bostadsbidrag och  $D_2$  vara mängden av alla i Lillköping som har studiebidrag.  $D_1$  innehåller 980 personer,  $D_2$  innehåller 770 personer och sammanlagt innehåller  $D_1$  och  $D_2$  1600 personer. Använd ett venndiagram och besvara följande frågor:
  - Hur många personer i Lillköping finns inte i  $D_1$  eller  $D_2$ ?
  - Hur många personer har både bostadsbidrag och studiebidrag?
  - Ange  $|D_2 \setminus D_1|$  samt antalet delmängder till denna mängd.
- Finns det någon graf med 14 noder av grad 6, 10 av grad 5 och 7 noder av grad 7? Rita ett exempel eller motivera varför en sådan graf inte finns.
  - En graf är ett träd och innehåller 19 löv, en nod av grad 3, två noder av grad 5 samt ett visst antal noder av grad 4. Bestäm utifrån givna satser hur många noder av grad 4 grafen måste innehålla. (Grafisk lösning ger här ej poäng.)
- Avgör om det satslogiska uttrycket  $p \rightarrow (q \vee \neg p)$  är en tautologi eller en kontradiktion eller ingen av dessa två.
  - Formulera följande utsaga av Ture Sventon som ett satslogiskt uttryck och avgör med någon metod i kursen om slutledningen är korrekt.  
*"Om brottet begicks på dagen så finns det många vittnen. Om brottet begicks av Ville Vessla så skedde det på dagen. Det finns inte många vittnen till brottet. Alltså begicks inte brottet av Ville Vessla."*
- För vilket startvärde  $a$  gäller följande likhet? Bestäm  $a$  och visa sedan med hjälp av induktion att likheten gäller för alla heltal  $n$  som är större än eller lika med detta värde på  $a$ .

$$\sum_{k=a}^n (2k + 3) = n^2 + 4n - 5$$

- Fem kvinnor och tre män kandiderar till ett utskott som ska bestå av en ordförande, en vice ordförande, en sekreterare och en kassör, totalt alltså fyra poster i utskottet. På hur många olika sätt kan utskottet bildas av de åtta kandidaterna om:

- utskottet bara ska innehålla kvinnor?
- utskottet ska innehålla precis en man?
- utskottet ska innehålla minst en man?



6. Betrakta grafen  $K_2$ , den fullständiga grafen med två noder.
- Finns det någon hamiltoncykel, någon sluten eulerväg respektive öppen eulerväg i  $K_2$ ? Motivera för vardera vägtyp och ge ett exempel i det fall den existerar.
  - Bestäm antalet delgrafer till  $K_2$ .
7. a) Ange samtliga lösningar till den diofantiska ekvationen  $255x + 231y = 303$ .  
(Du ska redovisa samtliga steg, dels i euklides algoritm samt hur du nystar upp den baklänges för att erhålla en första lösning  $(x_0, y_0)$  för poäng.)
- Finns det lösningar där både  $x$  och  $y$  är positiva? Ange dessa lösningar eller motivera varför sådana inte finns.