

Tentamen
TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp
2024-03-13 kl. 14-19

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs minst 8p, för betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. a) Bestäm $\text{sgd}(2250, 1485)$.
b) Lös den diofantiska ekvationen $2250x + 1485y = 1350$.
2. a) Vid deduktion använder vi bland annat den logiska implikationen Modus tollens:

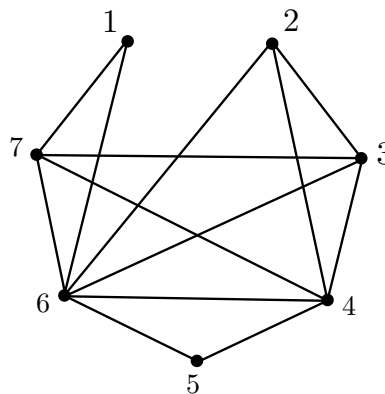
$$(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p.$$

Visa att den gäller med sanningsvärdestabell eller med reduktionsmetoden.

- b) Avgör med någon metod i kursen huruvida följande slutledning är korrekt eller ej.

$$(r \rightarrow s) \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge p \Rightarrow \neg s$$

3. a) Finns det någon sluten eulerväg i grafen G intill? Ge exempel på en sådan väg eller ange vilka bågar som minst behöver läggas till för att en sluten eulerväg ska existera och grafen fortfarande ska vara enkel.
b) Låt nu kostnaden för varje båge i G vara produkten av noderna den förbinder. Till exempel är kostnaden för båge (6-3) därmed $6 \cdot 3 = 18$. Enheten är tusentals kronor. Ange den viktade grafen (graf med kostnader) och ta fram ett billigaste nätverk med hjälp av någon algoritm i kursen samt ange kostnaden för detta. Det ska tydligt framgå hur algoritmen används och hur du gör dina val i varje steg.



4. Bevisa följande mängdlikheter i det fall de gäller respektive ge ett konkret motexempel med högst 3 element i grundmängden i fall de inte gäller.
a) $A \cap (B \cup \bar{C}) = A \setminus (C \setminus B)$
b) $(\bar{B} \cap C) \setminus \bar{A} = (C \cap A) \setminus \bar{B}$

5. a) Du vill köpa 10 färgpennor och de finns i de fyra färgerna svart, blå, grön och röd. På hur många olika sätt kan du fördela antalet pennor på de fyra färgerna om du ska köpa 10 pennor?
- b) På hur många sätt kan detta göras om du vill ha minst en av varje färg och högst tre svarta?



6. Visa med hjälp av induktion att $4 \mid 6^n - 2^n$ för alla positiva heltal n .
7. Vi bildar alla möjliga bokstavsföljder med samtliga sex bokstäver K L R V Å Ö. Det finns 720 olika sådana bokstavsföljder. Vi skriver upp dessa följder i bokstavsordning. På vilken plats i ordningen kommer ordet VÅRLÖK ?