Kurs-PM vt1 2020, TAIU05 Linjär algebra, 6hp

Magnus Herberthson

All kursinformation finns också på `http://courses.mai.liu.se/GU/TAIU05/`

1 Litteratur

[L] S. Lemurell, *Linjär algebra – från en geometrisk utgångspunkt*, Studentlitteratur, 2010

[E] F. Andersson, *Exempelsamling i linjär algebra för ingenjörs- och statistikerprogrammen*, kompendium, MAI, 2008

[D] F. Andersson, *Om system av differentialekvationer*, kompendium, MAI, 2006

Säljes på Bokakademin i Kårallen.

2 Examination

Kursen examineras genom en skriftlig tentamen. Tentamen äger rum 25 mars 2020, omtentor ges i juni och augusti. Anmälan till tentamen görs via studentportalen.

Tentamen består av 7 uppgifter, där varje uppgift kan ge 3 poäng. Följande betygsgränser gäller:

För betyg	**räcker följande poäng**
3	8 poäng
4	12 poäng
5	15 poäng

Visningstider anslås på kurshemsidan när resultaten rapporterats in.

2.1 Anvisningar och råd inför skrivningarna

- Inga hjälpmedel är tillåtna, varken räknare eller formelsamling.
- Lösningarna skall vara ordentligt skrivna, välmotiverade och avslutade med ett svar.
- Kontrollera lösningar och svar, även om inte kontrollen behöver redovisas.

3 Undervising och hemarbete

Undervisningen består av 13 föreläsningar och 15 lektioner. Till det kommer naturligtvis hemarbete.

3.1 Läsråd och kommentarer till kurslitteraturen

- Föreläsning 1 och 2. Avsnitt 1.1–6, 4.1.
  I diskussionen om projektionsformeln, Sats 1.20, definierar Lemurell projektioner av vektorer på linjer. Vi kommer ofta(re) att prata om projektioner av vektorer på andra vektorer. Om vi då säger ”projektionen av vektorn v på vektorn u” menar vi ”projektionen av vektorn v på en linje L som är parallell med vektorn u”. I avsnittet om linjer och plan (1.6) nämns inte uttryckligen hur man beräknar skärningar (de gemensamma punkterna) mellan två linjer, mellan två plan, eller mellan en linje och ett plan. Det behöver man kunna göra (jfr. kursmålen). Vi tar upp detta på föreläsningar och det behandlas i rekommenderade uppgifter.

- Föreläsning 4. Avsnitt 5.1–5.
  Avsnittet i boken är ganska teoritungt. Det är inte nödvändigt att behärska all denna teori. Det viktiga är att kunna använda radoperationer systematiskt för att lösa linjära ekvationssystem och invertera kvadratiska matriser. Man måste också veta vilka möjligheter som finns för antalet lösningar till ett linjärt ekvationssystem och förstå varför det är så.

- Föreläsning 5. Avsnitt 5.6.
  Minsta kvadrat-metoden är det gängse namnet på tekniken som gås igenom i avsnitt 5.6, även om lärobokens rubrik är 'överbestämda ekvationssystem'. Kopplingen är att om man försöker lösa ett överbestämt ekvationssystem (fler ekvationer än obekanta) finns det i allmänhet ingen lösning. Man försöker då lösa ekvationsystemet 'så gott det går', genom att göra felet så litet som möjligt. Felet kan ses som längden av en vektor, och dess längd är ju roten ur kvadratsumman av komponenterna. Det är alltså summan av dessa kvadrater som skall minimeras, 'minsta kvadrat'.

- Föreläsning 6.
  Liten tillbakablick på valda delar av det vi gjort hittills. Exempel med kommentarer.

- Föreläsning 7. Avsnitt 2.2, 6.3.
  I denna kurs ingår endast determinanter av storlek 2x2 och 3x3 (avsnitt 2.2). Resultaten i avsnitt 6.3 gäller allmänna n x n-determinanter, vilket gör att bokens härledningar ej ryms inom kursens ram. Resultaten i sig, åtminstone propositionerna 6.17, 6.19, 6.22 och 6.23, är dock viktiga.

- Föreläsning 9. Avsnitt 7.1–4.
  Lemurell behandlar här vektorer i n-dimensionella "rum". Egentligen är vi endast intresserade av vad som händer då n = 1,2,3 (linjen, planet, rummet). Det torde dock snarast vara tydligare att läsa presentationen för allmänt n då man slipper att få framställningen uppdelad i olika fall hela tiden. Om du inte instämmer, är det helt okej att sätta in exempelvis n = 3 överallt. I avsnitt 4.3 beskrivs vad som händer med avbildningsmatrisen för en linjär avbildning då man byter bas. Vi kommer endast att studera avbildningar $f : R^n \to R^n$ (n = 2, 3) där man alltså har samma rum, med samma bas, i definitionsmängd respektive målmängd. I Def. 7.21 behöver vi då bara bry oss om de tre sista raderna. Vidare kan vi strunta i Sats 7.22; det enda fall vi egentligen bryr oss om täcks av Sats 7.25. Matrisen "G" i Sats 7.25 kallas ibland "transformationsmatrisen" och betecknas då gärna T. Så sker i Anderssons exempelsamling, t.ex. i uppgift 9.22. Begreppet "isometrisk avbildning" (Def. 7.32) är inte centralt för oss. Istället använder vi Sats 7.37 som definition av begreppet ON-matris. (Observera att det som Lemurell kallar "ON-matris" i annan litteratur ofta kallas "ortogonal matris", vilket är en något vilseledande terminologi.)

- Föreläsning 15.
  Tillbakablick, repetition, exempel med kommentarer.

3.2 Föreläsnings- och lektionsplanering

Inringade uppgifter är av teorikaraktär. De kräver endast lite eller inget räknande men är mycket viktiga för förståelsen. Det rekommenderas starkt att om möjligt fundera på dessa *innan* man besöker lektionerna. **[L]**, **[E]**, **[D]** är hänvisningar till litteraturen enligt litteraturförteckningen ovan.

F1	Geometri och vektoralgebra I, **[L] 1.1–6, 4.1**
L1	**[E] 3:** 6, 7; **[E] 4:** 1, 2, 3, 6b; **[L] 1:** 10, 11, 17, 19, 20
F2	Geometri och vektoralgebra II, **[L] 1.1–6, 4.1**
L2	**[E] 6:** 1, 4acd; **[E] 4:** 11, 17, 18; **[E] 5:** 1, 2, 3, 4b, 5
L3	**[L] 1:** 21, 22, 23, 24, 25, 29; **[E] 6:** 2, 5, 10, 13, 18
F3	Matrisalgebra, **[L] 2.1, 2.3, 4.2**
L4	**[E] 2:** 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 12; **[L] 2:** 1b, 8
F4	Linjära ekvationssystem, Gausselimination, **[L] 5.1–5**
L5	**[E] 1:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 12 **[E] 2:** 7, 13bc, 17abcd; **[E] 6:** 9
F5	Minsta kvadrat-metoden, **[L] 5.6**
L6	**[E] 8:** 1, 2, 3, 4, 7
F6	Kommentarer & exempel (från föreläsning 1–5)
F7	Determinanter, **[L] 2.2, 6.3**
L7	**[E] 5:** 7, 8ac, 9, 10, 13, 14, 16ac, 21, 25
F8	Linjära avbildningar, **[L] 3.1–6**
L8	**[E] 9:** 1, 2, 3, 6, 8, 17ab, 18ab, 19
L9	**[E] 9:** 4, 5, 7, 9; **[L] 3:** 6, 9, 10
F9	Baser, linjärt (o)beroende, basbyten, **[L] 7.1–4**
L10	**[E] 3:** 2, 3, 4, 12, 13abd, 15; **[L] 7:** 3, 6, 12
L11	**[E] 9:** 22bc, 25, 31; **[L] 7:** 9, 10
F10	Egenvärden och egenvektorer, **[L] 8.1–3**
L12	**[E] 10:** 1, 2, 6, 7, 10abc; **[L] 8:** 2, 3, 11
F11	Diagonalisering, **[L] 8.4**
L13	**[E] 10:** 3, 4, 5, 12abc, 15; **[L] 8:** 8, 9
L14	**[L] 8:** 7; **[E] 10:** 20, 22, 26, 27
F12	System av differentialekvationer, **[D]**
L15	**[E] 11:** 5, 6, 7, 8, 9
F13	Tillbakablick/repetition/extentor