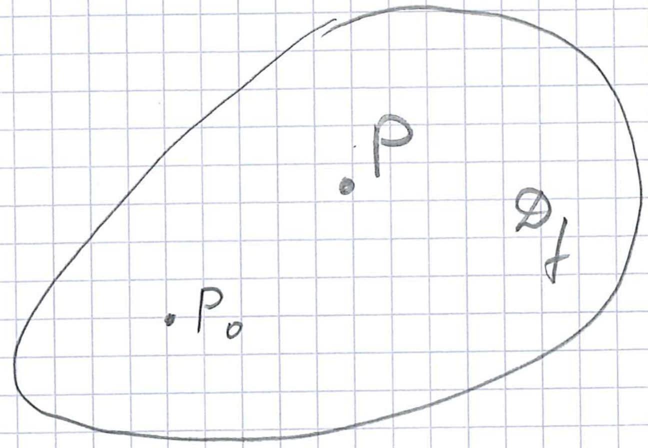
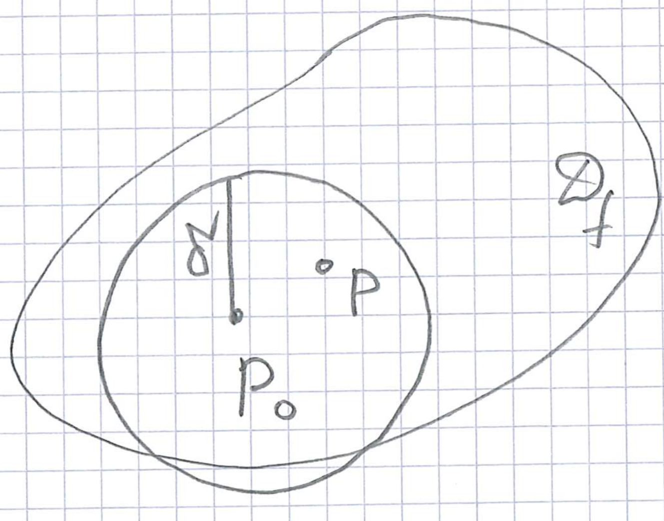


$f(P_0) \geq f(P)$ för alla $P \in \mathcal{D}_f$

P_0 är en maximipunkt för f

$$\Downarrow$$



$f(P_0) \geq f(P)$ för alla

$P \in \mathcal{D}_f$ med $|P - P_0| < \delta$

för något $\delta > 0$.

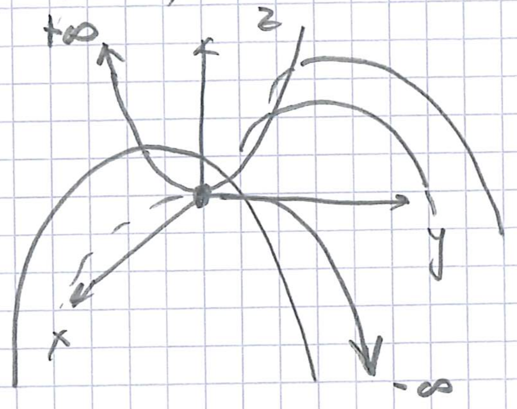
P_0 är en lok. maximipunkt för f

Ex 1-3

(1) $f(x,y) = x^2 - y^2$, $\underline{(x,y) \in R^2}$

<u>Obs</u> (i) $f(x,0) \to \infty$ då $x \to \infty$ (<u>inga</u> extrem värden)

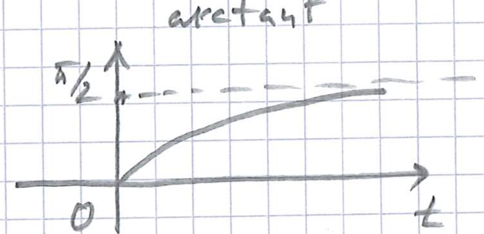
(ii) $f(0,y) \to -\infty$ då $y \to \infty$



(en sadel)

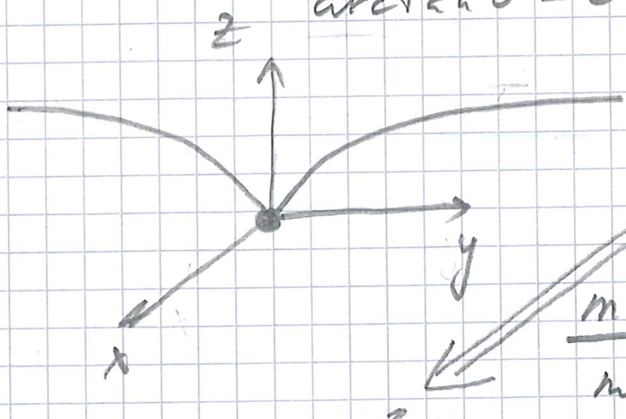
(2) $g(x,y) = \arctan(x^2+y^2)$, $\underline{(x,y) \in R^2}$

<u>Obs</u> $\lim_{t\to\infty} \arctan t = \pi/2$



$\Rightarrow$

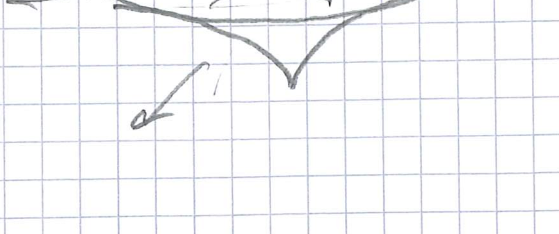
$\arctan 0 = 0$



(rotera kring z-axeln)

<u>maximivärde</u> saknas

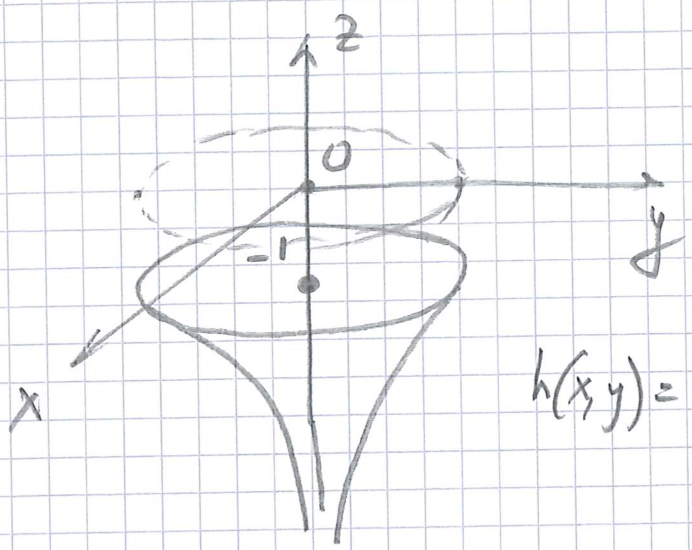
<u>minimivärde</u> $= 0$ antas i $(0,0)$



③

(3)

$D = \{x^2+y^2 \le 1\}$



$h(x,y) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & D \setminus \{(0,0)\} \\ -1, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$

Obs (i) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} h(x,y) = -\infty \Rightarrow$ minimivärde saknas

(ii) maximivärde $= -1$

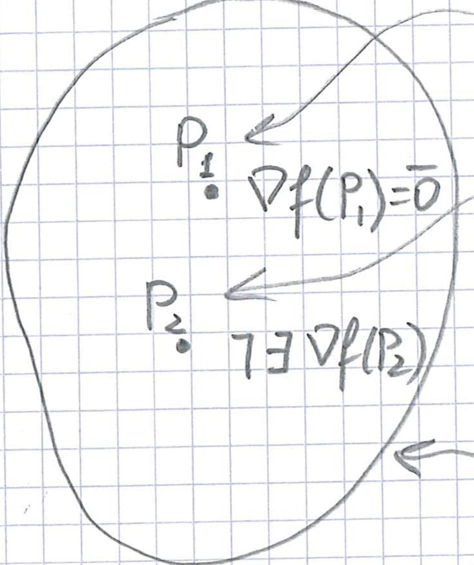
antas i origo o på randen till D.

Uppsökningsschema för $f: D \subseteq R^n \to R$ där f är kontinuerlig o D är kompakt

0) Maximi- o minimipunkter existerar!

Obs Varje extrempunkt är en lokal extrempunkt

1)



inre punkter där $\nabla f = \bar{0}$

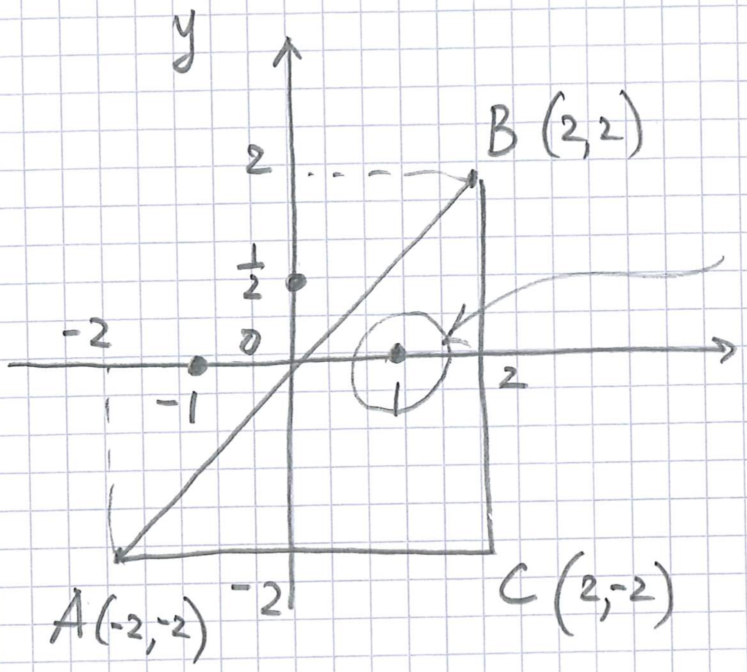
inre punkter där ∇f existerar ej

2) randpunkter (kandidater bl. dem)

3) Beräkna funktionsvärden i funna punkter o välj max o min

5

$f(x,y) = y^2 + (x^2-1)\cdot y$ på triangeln ABC.



Följ schemat

1) $\nabla f = \bar{0} \Rightarrow (0,\tfrac{1}{2}),\ \underline{\underline{(1,0)}},\ (-1,0)$

en kandidat

2) $Bd\,\triangle ABC = AC \cup BC \cup AB$

Finn kandidatpunkter på varje sträcka

3) Beräkna funktionsvärden i kandidatpunkterna o välja

max o min

$$f(x,y) : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad \underline{o} \quad (a,b) \in \mathcal{D}$$

(öppen)

Anta att (a,b) är en stationär punkt.

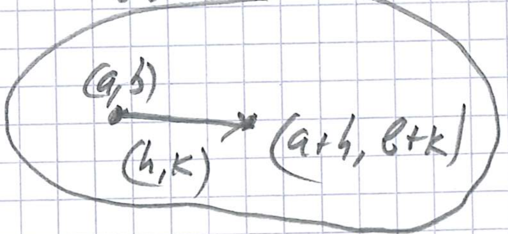
Taylors formel för f i (a,b):

$$f(a+h, b+k) = f(a,b) + \overset{=0}{f'_x(a,b)} \cdot h + \overset{=0}{f'_y(a,b)} \cdot k +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(f''_{xx}(a,b) \cdot h^2 + 2 f''_{xy}(a,b)\, hk + f''_{yy}(a,b) \cdot k^2 \right)$$

$$+ (h^2+k^2)^{3/2} \cdot B(h,k).$$

(begränsad)



Anta att $Q(h,k)$ är positivt definit.

$$\Rightarrow f(a+h, b+k) - f(a,b) \geq c \cdot (h^2+k^2) + \text{restterm} =$$

$(c > 0)$

$$= (h^2+k^2)\Big(c + \underbrace{\sqrt{h^2+k^2} \cdot B(h,k)}_{\to\, 0} \Big) \quad \text{då } (h,k) \to (0,0)$$

$$\geq \frac{c}{2} \cdot (h^2+k^2) \quad \text{för alla } (h,k) \text{ nära } (0,0)$$

$$\Rightarrow f(a+h, b+k) - f(a,b) \geq 0 \quad \text{nära } (a,b)$$

$\Rightarrow (a,b)$ är en lok. minimipunkt.