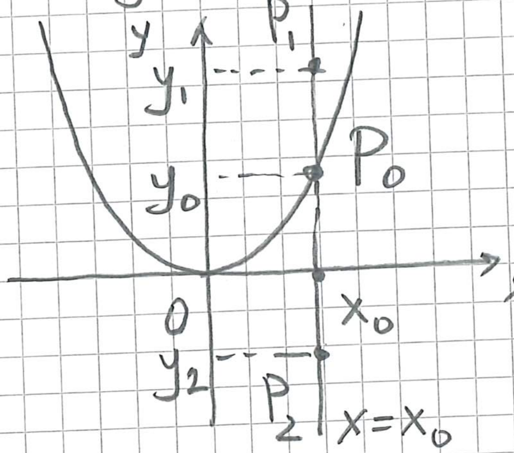
1.1(a) $M_1 = \{(x,y) : y > x^2\}$

Börja med kurvan $y = x^2$ i x,y-planet.



Välj en punkt $P_0(x_0, y_0)$ på parabeln

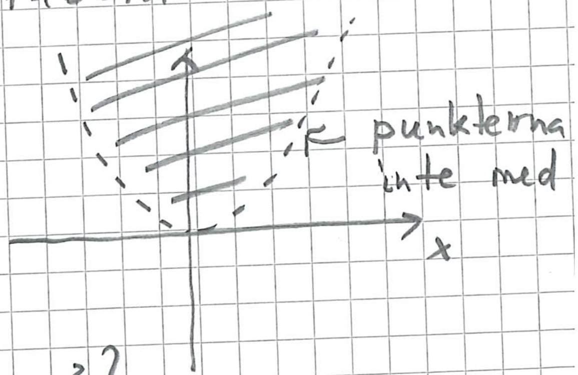
Betrakta linjen $x = x_0$,

en punkt $P_1(x_0, y_1)$ på linjen ovanför parabeln o

en punkt $P_2(x_0, y_2)$ på linjen under parabeln

Obs $\boxed{y_1 > y_0 = x_0^2} > y_2$.

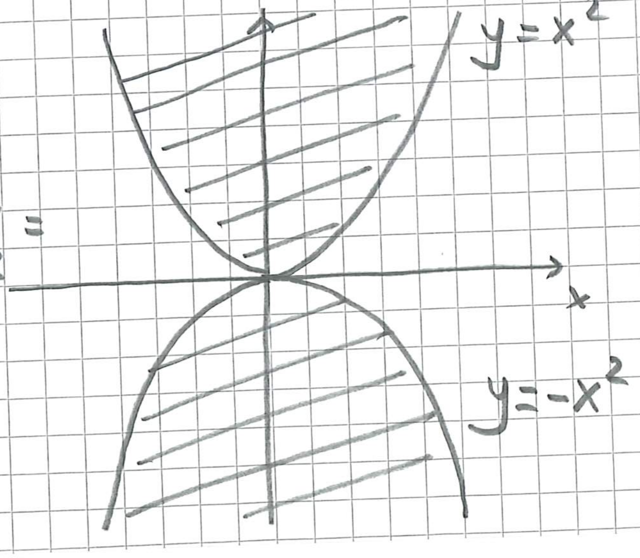
Dra slutsatsen att $M_1 =$



1.1 (b) $M_2 = \{(x,y) : |y| \geq x^2\}$.

Obs $|y| \geq x^2 \iff y \geq x^2$ eller $y \leq -x^2$

Samma resonemang som i (a) leder till $M_2 =$



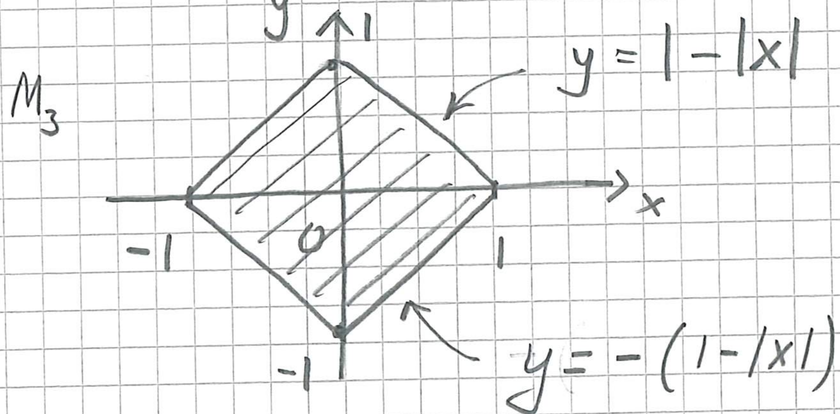
1.1 (c) $\quad M_3 = \{(x,y) : |x| + |y| \leq 1\}$

Obs 1) $|x| + |y| \leq 1 \iff |y| \leq 1 - |x| \quad (*)$

2) $1 - |x| \geq 0$ (ty $|y| \geq 0$) $\iff |x| \leq 1 \iff$

$-1 \leq x \leq 1$

3) $(*) \iff -(1-|x|) \leq y \leq 1 - |x|$



(M_3 är instängd mellan två kurvor)

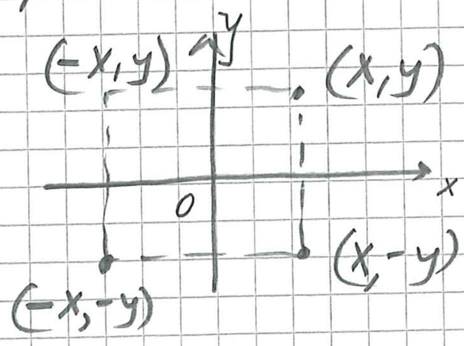
1.1(d) $\quad M_4 = \{(x,y) : \max(|x|, |y|) \leq 1\}$

Obs 1) $\max\{a,b\}$ = största av a o b

till ex. $\max\{1,2\} = 2$, $\max\{-3,-1\} = -1$

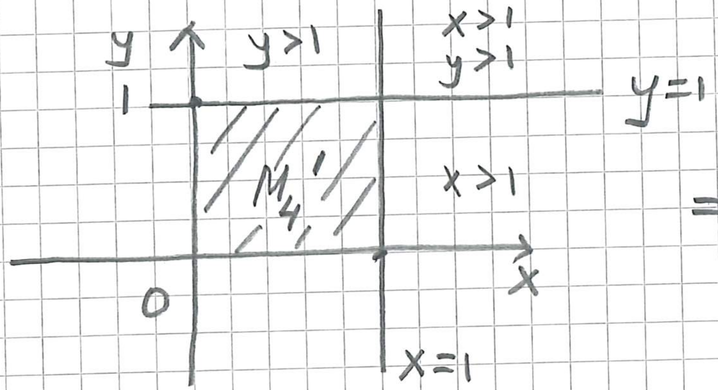
2) M_4 är symmetrisk m a p x, y-axlarna

(Om $(x,y) \in M_4$ så är även $(-x,y)$, $(x,-y)$, $(-x,-y) \in M_4$

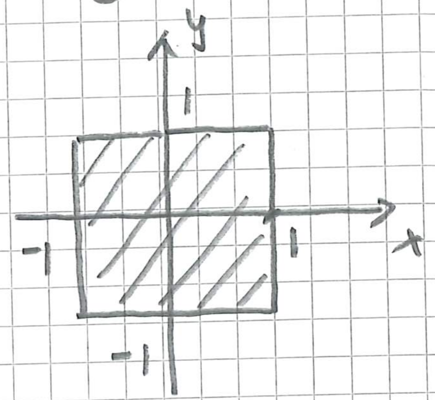


Så det räcker att rita $M_4' = M_4 \cap \{(x,y) : x, y \geq 0\}$

$M_4' = \{(x,y) : \max(x,y) \leq 1,\ x, y \geq 0\}$.



$\Rightarrow$ $M_4 =$



1.1(f) $\qquad M_6 = \{(x,y) : |x+2y| \leq 2\}$

Obs $\quad |x+2y| \leq 2 \iff -2 \leq x+2y \leq 2 \iff$

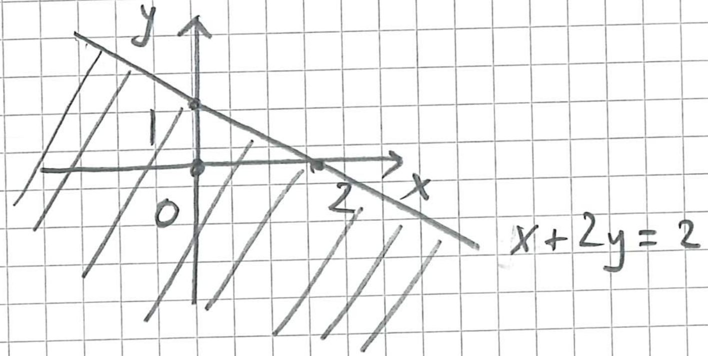
$$\begin{cases} x+2y \leq 2 & (M_6') \\ -2 \leq x+2y & (M_6'') \end{cases}$$

Notera att

$M_6 = M_6' \cap M_6''$

Rita M_6', M_6'' (använd tekniken från (a))

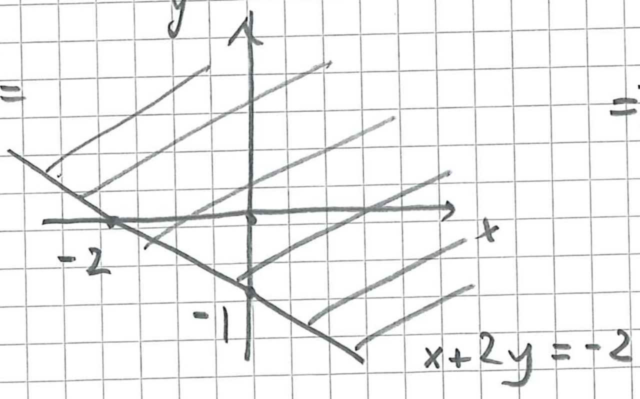
$M_6' =$



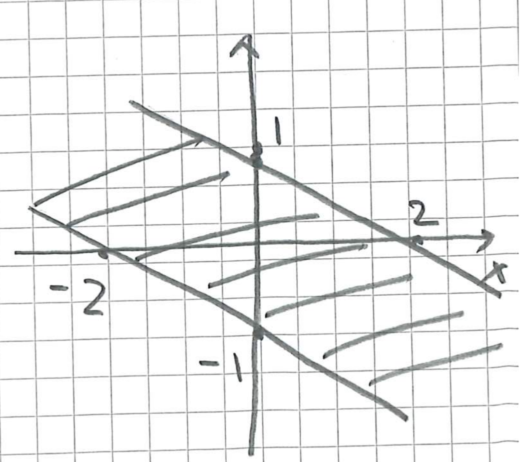
ett halvplan

Obs $\quad 0 \in M_6'$

$M_6'' =$



$\Rightarrow M_6 =$



1.1 (g) $M_7 = \{(x,y) : \underbrace{x^2+y^2 \leq 2}\ \overbrace{\leq -4-4x-4y-x^2-y^2}\}$

Obs $M_7 = M_7' \cap M_7''$, där

$M_7' = \{x^2+y^2 \leq 2\}$ (en cirkelskiva, $r=\sqrt{2}$, centr. $O(0,0)$)

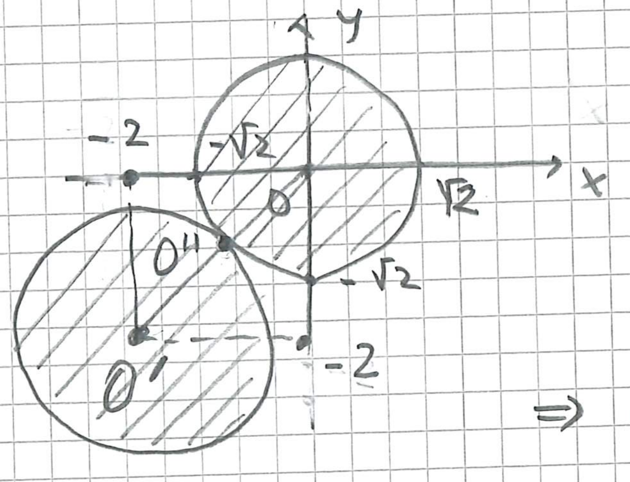
$M_7'' = \{2 \leq -4-4x-4y-x^2-y^2\}$

Kvadratkomplettera!

$\{(x+2)^2+(y+2)^2 \leq 2\} = M_7''$

$(x-(-2))^2 + (y-(-2))^2 \leq 2 \Rightarrow M_7$ är

en cirkelskiva med $r=\sqrt{2}$, centr. $O'(-2,-2)$



Obs Längda $OO' = 2\sqrt{2}$

$= \sqrt{2}+\sqrt{2}$ (summan av två radier)

$\Rightarrow$ cirkelskivorna tangerar

varandra $\underline{o}$ M_7 = mittpunkten på sträckan

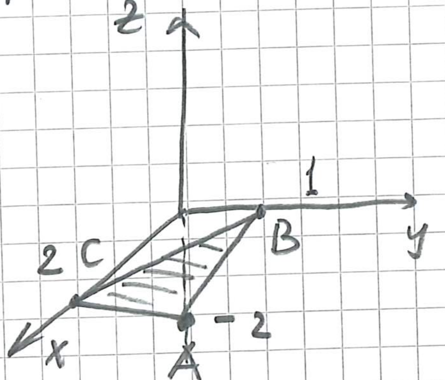
OO' d.v.s $M_7 = \{(-1,-1)\}$.

1.3 (a): $f(x,y) = x+2y-2$, $(x,y) \in R^2$

Grafen till f: $z = x+2y-2 \Leftrightarrow$

$x+2y-z-2=0$ (ett plan i rummet)

Ange skärningspunkter av planet med x, y, z-axlarna



$x = y = 0 \Rightarrow z = -2$ (A)

$x = z = 0 \Rightarrow y = 1$ (B)

$y = z = 0 \Rightarrow x = 2$ (C)

Notera att triangeln ABC ligger på planet.

1.3.(b) $\quad f(x,y) = (1-x^2-y^2)^{1/2}, \quad x^2+y^2 \leq 1$

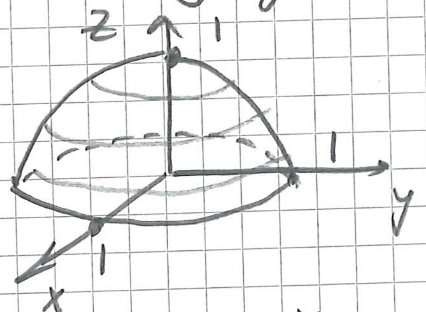
Så är $z = \sqrt{1-x^2-y^2} \geq 0$ (Obs!)

Kvadrera! $\quad z^2 = 1-x^2-y^2$ eller

$x^2+y^2+z^2 = 1$ (en sfär med $r=1$ o centr. i origo)

Repetera att $z \geq 0 \Rightarrow$ grafen $z = f(x,y)$

är en halvsfär

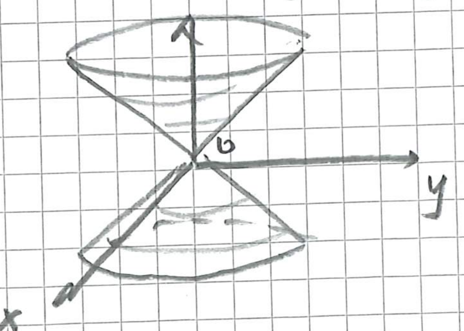


1.3 (c) $\quad f(x,y) = (x^2+y^2)^{1/2}, \quad (x,y) \in R^2$

$z = \sqrt{x^2+y^2} \geq 0$ (Obs!) Kvadrera!

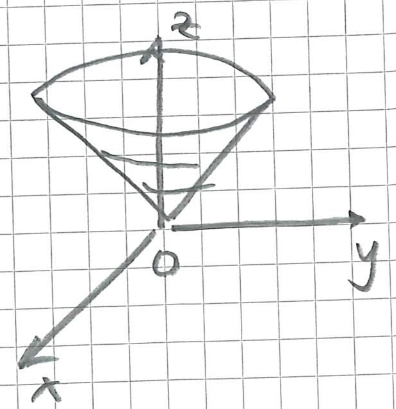
$z^2 = x^2+y^2$ (en kon)

Kolla boken



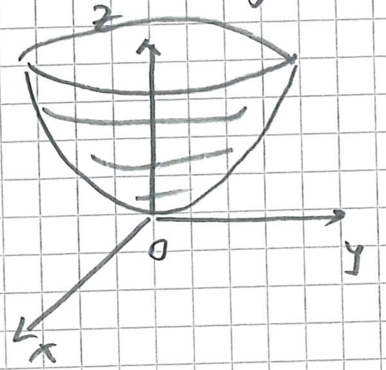
$\Rightarrow$ grafen =

(ty $z \geq 0$)



1.1(d) $f(x,y) = x^2+y^2, \ (x,y) \in R^2$

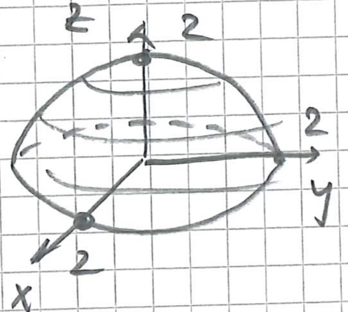
$z = x^2+y^2$ (en elliptisk paraboloid)
Kolla Boken



1.5 (a) Rita $z = \sqrt{4-x^2-y^2}$ (samma som 1.3(b))

Obs $z \geq 0$, kvadrera, $x^2+y^2+z^2=4$

(en sfär med $r=2$ o centr. i origo)

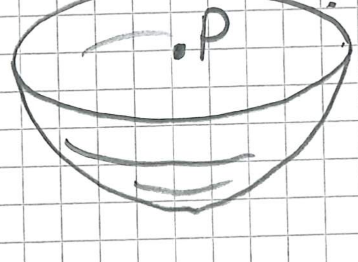


1.5(c) $z = 1-\sqrt{4-(x+2)^2-(y-1)^2} \iff$

$1-z = \sqrt{4-(x+2)^2-(y-1)^2} \geq 0$, Kvadrera!

$(x+2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$ (en sfär med $r=2$

o centr. i $P(-2,1,1)$. Så är grafen



(ty $1-z \geq 0 \iff z \leq 1$)

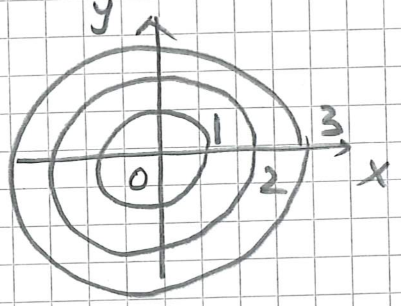
1.8 (a) Rita minst tre ekvidistanta nivåkurvor till $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$

Obs Kurvorna ligger i x,y-planet.

Välj tre värde, till ex. 1, 2, 3

Kurvorna är $1=\sqrt{x^2+y^2}$, $2=\sqrt{x^2+y^2}$

o $3=\sqrt{x^2+y^2}$ (tre cirlar med $r=1,2,3$ o centrum i origo)

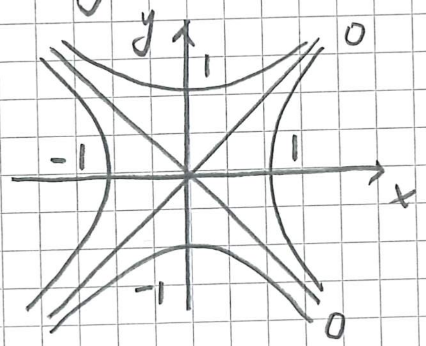


1.8 (c) $f(x,y)=x^2-y^2$

Välj värde $-1, 0, 1$

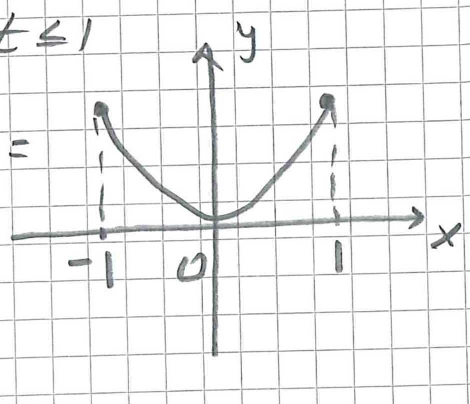
Kurvorna är $x^2-y^2=0$ (ett par linjer),

$x^2-y^2=-1$ o $x^2-y^2=1$ (två hyperboler)



1.9 (a) $\bar{r}(t)=(\overset{x}{\overset{\parallel}{t}},\overset{y}{\overset{\parallel}{t^2}})$, $-1\le t\le 1$

$\Rightarrow y=x^2$ Värdemängden =



(parabeln ovanför $[-1,1]$)

1.9 (8)

$$\bar{r}(t) = (\underbrace{1+\cos t}_{x},\ \underbrace{-2+\sin t}_{y})$$

Obs $\left.\begin{aligned} x-1 &= \cos t \\ y+2 &= \sin t \end{aligned}\right]$ Kvadrera! o

använd trigonometriska ettan

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$ (en cirkel med $r=1$

o centr. i $(1,-2)$