Linköpings tekniska högskola
Matematiska institutionen
Bitr professor Vitalij Tjatyrko

Kurskod: TAIU08
Provkod: TEN1

Tentamen i Matematik TAIU08/TEN1 (Flervariabelanalys)
2017-01-04 kl 08-13

Inga hjälpmedel tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng.
15-18 poäng ger betyg 5, 11-14 poäng 4, 8-10 poäng 3.
Resultatet kommer inom två veckor.

1. (i) Bestäm alla kontinuerligt deriverbara funktioner $f(x, y)$ som uppfyller villkoren
   $f'_x = x^5 - x \cdot cos(y) + 1$ and $f'_y = \frac{x^2}{2} \cdot sin(y) + e^y + y$.
   Kontrollera svaret genom derivering. (2p)
   Svar: $f(x, y) = \frac{x^6}{6} - \frac{x^2}{2} \cos y + x + e^y + \frac{y^2}{2} + c, c \in R$

   (ii) Finn en funktion ur skaran sådan att $f(1, 0) = 3$. (1p)
   Svar: $f(x, y) = \frac{x^6}{6} - \frac{x^2}{2} \cos y + x + e^y + \frac{y^2}{2} + \frac{4}{3}$

2. Transformera ekvationen $f'_x - y \cdot f''_{xy} - 2y = 0$ genom att sätta
   $u = xy$ och $v = 5y$.
   Funktionen f har kontinuerliga partiella derivator av ordning 2.
   Svar: $-\frac{uv}{5} f''_{uu} - \frac{v^2}{5} f''_{uv} - \frac{2v}{5} = 0$

3. Betrakta funktionen $f(x, y) = x^3 - 2x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2y + 3$.

   (i) Finn alla stationära punkter till f (1p)
   Svar: $P_1(0, -1), P_2(2, 1)$

   (ii) Avgör de här stationära punkternas karaktär (2p)
   Motivera fullständigt när det gäller kvadratiska former.
   Svar: P_1 är en sadelpunkt, P_2 är en str. lok. minimipunkt

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x, y) = 6x - y + 4x^2y + 1$
   på den slutna triangeln med hörn i punkterna $O(0, 0)$, $A(0, -2)$, $B(1, -2)$.
   Svar: $\max f = \frac{33}{8}$, $\min f = 1$

5. Beräkna arean av området $D = \{(x, y) : |4x + y| + 3 \cdot |3x - 7y| \leq 5\}$.
   Svar: $\frac{50}{93}$

6. Beräkna integralen $\int\int\int_\Omega y^2 z(x^2 + y^2 + z^2) dxdydz$, där
   $\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 3, x \geq 0, y \leq 0, z \leq 0\}$.
   Svar: -$\frac{81\pi}{128}$