LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Vitalij Tjatyrko

KURSKOD: TAIU08
Provkod: TEN1

TENTAMEN I MATEMATIK TAIU08/TEN1 (FLERVARIABELANALYS)
2019-08-26 KL 14-19

Inga hjälpmedel tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng.
15-18 poäng ger betyg 5, 11-14 poäng 4, 8-10 poäng 3.
Resultatet kommer inom två veckor.

1. Bestäm Taylorpolynom P_1 och P_2 av ordning 1 och 2 i punkten (2,1) till funktionen $f(x,y) = x^2y^3 - 4xy + x^2 - 5y + 3$.

   Använd $h = x - 2$ och $k = y - 1$ för att skriva ner polynomen.

   Svar: $P_1(h,k) = -2 + 4h - k$, $P_2(h,k) = -2 + 4h - k + 2h^2 + 8hk + 12k^2$

2. Transformera uttrycket $F = z''_{xx} - 4xz''_{xy} + 4x^2z''_{yy} - 2z'_y$ genom att sätta $u = x^2 + y$ och $v = x$.

   Funktionen z har kontinuerliga partiella derivator av ordning 2.

   Svar: $F = z''_{vv}$

3. Betrakta funktionen $f(x,y) = 2x^2 + xy + y^2 + x^3$.

   (i) Finn alla stationära punkter till f (1p)
   Svar: $P_1(0,0)$, $P_2(-\frac{7}{6}, \frac{7}{12})$

   (ii) Avgör pukternas karaktär. (2p)
   Motivera fullständigt när det gäller kvadratiska former.
   Svar: P_1 är en str. lok. minimipunkt, P_2 är en sadelpunkt

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x,y) = 3 - xy^2$

   på kurvan $x^4 + 2y^4 = 1$ och ange extrempunkterna.

   Svar: $\max f = 3 + \frac{1}{\sqrt[4]{27}}$ antas i punkterna $(-\frac{1}{\sqrt[4]{3}}, -\frac{1}{\sqrt[4]{3}})$ och $(-\frac{1}{\sqrt[4]{3}}, \frac{1}{\sqrt[4]{3}})$,

   $\min f = 3 - \frac{1}{\sqrt[4]{27}}$ antas i punkterna $(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}, -\frac{1}{\sqrt[4]{3}})$ och $(\frac{1}{\sqrt[4]{3}}, \frac{1}{\sqrt[4]{3}})$,

5. Beräkna integralen av $f(x,y) = \frac{y^3}{1+x^5}$ över området

   $D = \{(x,y) : 0 \leq y \leq 2x \leq 1\}$.

   Svar: $\int\int_D f(x,y)dxdy = \frac{4}{5} \cdot \ln(\frac{33}{32})$

6. Beräkna volymen av den kropp som ges av olikheterna $x^2 + 2y^2 \leq z \leq 10 - x^2$.

   Svar: $V = 25\pi$