Linköpings tekniska högskola
Matematiska institutionen
Vitalij Tjatyrko

Kurskod: TAIU08
Provkod: TEN1

Tentamen i Matematik TAIU08/TEN1 (Flervariabelanalys)
2019-10-25 kl 14-19

Inga hjälpmedel tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng.
15-18 poäng ger betyg 5, 11-14 poäng 4, 8-10 poäng 3.
Resultatet kommer inom två veckor.

1. Bestäm Taylorpolynom P_1 och P_2 av ordning 1 och 2 i punkten (-2,1) till funktionen $f(x,y) = x^2y^3 - 5xy + x^3 - 5y^2 + 1$.

   Använd $h = x + 2$ och $k = y - 1$ för att skriva ner polynomen.

   Svar: $P_1(h,k) = 2+3h+12k$ och $P_2(h,k) = 2+3h+12k-5h^2-17hk+7k^2$.

2. (i) Transformera ekv: $\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 5x - y + 11$ till nya variabler $u = x + 2y,\ v = 4x - 3y$ (2p)
   Svar: $z'_v = \frac{2}{11} \cdot (u + v) + 2$.

   (ii) Finn alla lösningar till den här ekvationen (1p).
   Svar: $z(x,y) = \frac{2}{11} \cdot (3x + \frac{1}{2}y + 11) \cdot (4x - 3y) + c(x + 2y)$.

3. Betrakta funktionen $f(x,y) = 2y^3 + 5y^2 + yx^2 + x^2 + 3$.

   (i) Finn alla stationära punkter till f (1p)
   Svar: $P_1(0,0)$, $P_2(0,-\frac{5}{3})$, $P_3(2,-1)$, $P_4(-2,-1)$.

   (ii) Avgör pukternas karaktär. (2p)
   Motivera fullständigt när det gäller kvadratiska former.
   Svar: P_1 är en str. lok. minimipunkt, P_2 är en str. lok. maximipunkt, P_3 är en sadelpunkt, P_4 är en sadelpunkt.

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x,y,z) = x + y + z$ då

   $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ och $x^2 + y^2 = z$.

   Svar: $\max f = 1 + \sqrt{2}$ antas i punkten $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1)$,

   $\min f = 1 - \sqrt{2}$ antas i punkten $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 1)$.

5. Beräkna $\int_0^1 (\int_{\sqrt[3]{x}}^1 e^{x/y^2}\,dy)dx$.

   Svar: $e - \frac{7}{3}$.

6. Beräkna massan av den kropp Ω med densitet $f(x,y,z) = z^3 \cdot \ln(x^2+y^2)$ som ges av olikheterna $4 \le x^2 + y^2 \le 9, 1 \le z \le 2$.

   Svar: $\frac{15}{2}\pi \cdot (9\ln 3 - 4\ln 2 - \frac{5}{4})$.