Linköpings tekniska högskola
Matematiska institutionen
Vitalij Tjatyrko

Kurskod: TAIU08
Provkod: TEN1

Tentamen i Matematik TAIU08/TEN1 (Flervariabelanalys)
2020-01-10 kl 08-13

Inga hjälpmedel tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng.
15-18 poäng ger betyg 5, 11-14 poäng 4, 8-10 poäng 3.
Resultatet kommer inom två veckor.

1. Undersök gränsvärdena.
   (i) $\lim_{(x,y)\to(2,-1)} \frac{xy+x+y+y^2}{2+xy+x+2y}$ (1p)
   Svar: $\frac{1}{4}$
   (ii) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4+2x^3y-2y^4}{-2x^4+x^2y^2+4y^4}$ (2p)
   Svar: Gränsvärde finns ej

2. (i) Transformera ekvationen: $z''_{xx} - z''_{yy} = 3x+1$ (*)
   till nya variabler $u = x-y,\ v = x+y$ (2p)
   Svar: $z''_{uv} = \frac{3}{8}(u+v) + \frac{1}{4}$
   (ii) Sedan finn alla lösningar till ekv (*) (1p).
   Svar: $f(x,y) = (x^2-y^2)(\frac{3}{8}x + \frac{1}{4}) + A(x-y) + B(x+y)$

3. Betrakta funktionen $f(x,y) = x^3 - 2x^2 - 2xy + y^2 - 2x + 2y + 1$.
   (i) Finn alla stationära punkter till f (1p)
   Svar: $P_1(0,-1)$ och $P_2(2,1)$.
   (ii) Avgör pukternas karaktär. (2p)
   Motivera fullständigt när det gäller kvadratiska former.
   Svar: P_1 är en sadelpunkt och P_2 är en str. lok. minimipunkt

4. Bestäm största och minsta värdet av $f(x,y) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}y + x^2y + 2$
   på den slutna triangeln med hörn i punkterna $O(0,0),\ A(0,-2),\ B(1,-2)$.
   Svar: $\min f = 2$ och $\max f = \frac{89}{32}$

5. Beräkna integralen $\int\int_D (2xy + x^2)\, dxdy$,
   där D ges av olikheterna $0 \leq 3x + y \leq 2,\ -1 \leq 2x - y \leq 3$.
   Svar: $-\frac{8}{25}$

6. Beräkna massan av $\Omega = \{x^2 + y^2 \leq 2 \text{ och } 0 \leq z \leq 3 - x^2 - y^2\}$ som har densitet $d(x,y,z) = (1 + x^2 + y^2) \cdot \sqrt{x^2+y^2}$.
   Svar: $\frac{86\sqrt{2}}{35}$