LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Vitalij Tjatyrko

KURSKOD: TAIU08
Provkod: TEN1

TENTAMEN I MATEMATIK TAIU08/TEN1 (FLERVARIABELANALYS)
2020-08-24 KL 14-19

Inga hjälpmedel tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng.
15-18 poäng ger betyg 5, 11-14 poäng 4, 8-10 poäng 3.
Resultatet kommer inom två veckor.

1. (i) Bestäm alla kontinuerligt deriverbara funktioner $f(x, y)$ som uppfyller villkoren
   $f'_x = 2(x+1)e^y + \frac{2}{x}$ och $f'_y = (x+1)^2 e^y + y\cos y$.
   Kontrollera svaret genom derivering. (2p)
   Svar: $f(x, y) = (x+1)^2 e^y + 2\ln|x| + y\sin y + \cos y + d$, där $d \in R$

   (ii) Finn en funktion ur skaran sådan att $f(1, 0) = 4$. (1p)
   Svar: $f(x, y) = (x+1)^2 e^y + 2\ln|x| + y\sin y + \cos y - 1$

2. Bestäm Taylorpolynomen av ordningen 1 och 2 i punkten (2,-1) till funktionen $f(x, y) = x^3 - 2xy^2 + 3xy - 4y + 5$

   Använd $h = x - 2$ och $k = y + 1$ för att skriva ner polynomen.

   Svar: $P_1(h, k) = 7 + 7h + 10k$ och $P_2(h, k) = P_1(h, k) + 6h^2 + 7hk - 4k^2$

3. Betrakta funktionen $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y + 7$.

   (a) Vilka av punkterna $P_1(1, 2)$, $P_2(-1, 2)$, $P_3(1, -2)$ och $P_4(-1, -2)$ är stationära punkter till f (1p)
   Svar: P_1 och P_4

   (b) Avgör de erhållna stationära punkternas karaktär. (2p)
   Motivera fullständigt när det gäller kvadratiska former.
   Svar: Både punkterna är sadelpunkter

4. På ellipsen $8x^2 + 12xy + 17y^2 = 100$ finn alla punkter som ligger längst bort origo.

   Obs att ellipsen är kompakt och avståndet mellan en punkt (x, y) och origo är $\sqrt{x^2 + y^2}$.

   Svar: $P(-4, 2)$ och $Q(4, -2)$ med avstånd $2\sqrt{5}$.

5. Beräkna arean av området

   $D = \{(x, y) : |4x + y| + |3x - 7y| \leq 5, 7x - 6y \geq 0\}$.

   Svar: $\frac{25}{31}$

6. Beräkna integralen $\int\int\int_\Omega z^2y\sqrt{x^2+y^2+z^2}dxdydz$, där $\Omega = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 \leq 2, x \geq 0, y \leq 0, z \geq 0\}$.

   Svar: $-\frac{\pi}{7\sqrt{2}}$