LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Vitalij Tjatyrko

KURSKOD: TAIU08
Provkod: TEN1

TENTAMEN I MATEMATIK TAIU08/TEN1 (FLERVARIABELANALYS)
2022-10-28 KL 14-19

Inga hjälpmedel tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng.
15-18 poäng ger betyg 5, 11-14 poäng 4, 8-10 poäng 3.
Resultatet kommer inom två veckor.

1. (a) Betrakta ytan $e^{3y-x^2+1}-z+2=0$ och punkten $P(2,1,3)$ i rummet. Kontrollera att punkten P ligger på ytan. Finn en vektor som är vinkelrät mot ytan i punkten P (2p).
   Svar: (i) Sätt in koordinaterna för punkten P i ekvationen.
   (ii) $\nabla F(P)=(-4,3,-1)$, där $F(x,y,z)=e^{3y-x^2+1}-z+2$.

   (b) Bestäm ekvationen för det plan som tangerar ytan i punkten P (1p).
   Svar: $4x-3y+z-8=0$.

2. Bestäm Taylorpolynomen av ordningen 1 och 2 i punkten $P(1,-1)$ till funktionen $f(x,y)=(1+2x+y^2)^{\frac{1}{2}}$.
   Använd $h=x-1$ och $k=y+1$ för att skriva ner polynomen.
   Svar: (i) $P_1(h,k)=2+\frac{1}{2}h-\frac{1}{2}k$.
   (ii) $P_2(h,k)=P_1(h,k)+\frac{1}{2}(-\frac{1}{8}h^2+\frac{1}{4}hk+\frac{3}{8}k^2)$.

3. Betrakta funktionen $f(x,y)=3xy^2+x^3+y^3-15(x+y)+1$.

   (a) Vilka av punkterna $P_1(1,1)$, $P_2(2,1)$, $P_3(0,\sqrt{5})$ är stationära för f? (1p)
   Svar: P_2 och P_3.

   (b) Avgör karaktären av de funna stationära punkterna (2p)
   Motivera fullständigt när det gäller kvadratiska former.
   Svar: P_2 är en str. lok minimipunkt, P_3 är en sadelpunkt.

4. Bestäm största och minsta värde av $f(x,y)=yx^2+3x-y+5$ på det område D som ges av olikheterna $0\le x\le -y\le 2$.
   Svar: $\min_D f=5$ och $\max_D f=\frac{65}{8}$.

5. Beräkna integralen $\int_0^1(\int_{\sqrt{x}}^1 e^{\frac{x}{y}}\ dy)dx$,
   Svar: $\frac{1}{2}$.

6. Finn volymen av kroppen $\Omega=$
   $\{(x,y,z):1\le 2x+y+3z\le 2,\ -1\le 2x-y+z\le 2,\ -2\le 3x-z\le 5\}$.

Tips. Använd en passande substitution.

Svar: $\frac{21}{16}$