TAMS24: Statistisk teori — 14 Frågor

$\boxed{1\sim}$ En tillverkare av datorer har tagit emot ett mycket stort parti elektroniska komponenter, vars livslängd mätta i år skall vara oberoende och exponentialfördelade med väntevärdet 5. Man misstänker att säljaren blandat in en okänd andel a med komponenter, vars livslängder är oberoende och exponentialfördelade med väntevärdet 1. Detta betyder att livslängden för en slumpmässigt vald komponent har täthetsfunktionen

$$f(x) = \frac{1}{5}e^{-x/5}(1-a) + e^{-x}a, \quad \text{för } x > 0.$$

Man vill skatta a.

(a) Metod 1: Man väljer slumpmässigt ut n_1 enheter ur partiet, och bestämmer deras livslängder $x_1, \ldots, x_{n_1}$. Skatta a med momentmetoden.

(b) Metod 2: Man väljer slumpmässigt ut n_2 enheter ur partiet, och använder dem under ett halvår och finner att y av dem har gått sönder under detta halvår. Skatta a på lämpligt sätt.

(c) Finns det någon praktisk fördel med metod 2?

$\boxed{2\sim}$ En viss typ av transistorer har exponentialfördelad livslängd. Man sätter 400 stycken i bruk samtidigt och konstaterar efter en tidsenhet att endast 109 stycken fungerar. Skatta medellivslängden och medianlivslängden.

$\boxed{3\sim}$ Låt $x_1, \ldots, x_n$ vara ett stickprov med täthetsfunktionen

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\theta} & \text{för } \theta \le x \le 1, \\ 0 & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

Bestäm momentskattningen av θ och undersök om den är väntevärdesriktig.

$\boxed{4\sim}$ Ytojämnheten har bestämts fär fyra olika material som används för inkapsling . Resultat:

Material	Ytojämnhet						$\bar{x}_i$	s_i
EC10	0.50	0.55	0.55	0.36			0.4900	0.0898
EC10A	0.31	0.07	0.25	0.18	0.56	0.20	0.2617	0.1665
EC4	0.20	0.28	0.12				0.2000	0.0800
EC1	0.10	0.16					0.1300	0.0424

Gör parvisa jämförelser mellan materialen genom att konstruera lämpliga konfidensintervall, vart och ett med konfidensgraden 0.99. Du får anta att datamaterialet härrör från normalfördelning med samma varians. Man eftersträvar låg ytojämnhet.

$\boxed{5\sim}$ För att jämföra effekten hos tre olika blodtryckssänkande mediciner behandlas tre grupper om vardera tio patienter med de olika medicinerna. Efter en månad mättes sänkningen av blodtrycket. Resultat:

	Medelvärde $\bar{x}_i$	Stickprovsstand.avvik s_i
Medicin 1:	17.3	6.19
Medicin 2:	21.1	7.26
Medicin 3:	10.8	5.23

Modell: Vi har tre stickprov från $N(\mu_i, \sigma), i = 1, 2, 3$.

(a) Konstruera ett konfidensintervall för σ av typen $(0, a)$ och med konfidensgraden 0.95.

(b) Förefaller det troligt att $\mu_2 > 1.4\mu_3$? Besvara frågan genom att konstruera ett lämpligt konfidensintervall med konfidensgraden 0.95.

$\boxed{6\sim}$ En liten industri har tre olika ugnar för upphettning av metallföremål. Man har förutsatt att ugnarna är inställda på samma temperatur men har börjat bli tveksam att så är fallet. Upprepade oberoende mätningar av temperaturen görs för varje ugn och man får följande värden:

						$\bar{x}_i$	s_i
Ugn 1:	492.4	493.6	498.5	488.6	494.0	493.42	3.55
Ugn 2:	488.5	485.3	482.0	479.4		483.80	3.96
Ugn 3:	502.1	496.8	497.5			498.80	2.88

Modell: Vi har tre stickprov från $N(\mu_i, \sigma)$, där μ_i är den inställda temperaturen för ugn nr i.

(a) Konstruera ett uppåt begränsat 95% konfidensintervall för σ.

(b) Gör parvisa jämförelser mellan μ_i-na genom att konstruera lämpliga konfidensintervall, vart och ett med konfidensgraden 98%.

$\boxed{7\sim}$ I ett stickprov om 500 enheter från ett mycket stort parti befanns 87 vara felaktiga. Ange ett 95% konfidensintervall för andelen felaktiga enheter.

$\boxed{8\sim}$ Betjäningstiderna för ett kösystem är exponentialfördelade med väntevärde μ. Man har observerat 80 oberoende betjäningstider och fått medelvärdet $\bar{x} = 4.5$ minuter.

(a) Konstruera ett konfidensintervall för μ med konfidensgraden approximativt 0.95.

(b) Låt p vara sannolikheten att en betjäningstid är mer än tio minuter. Konstruera ett konfidensintervall för p med konfidensgraden approximativt 0.95.

$\boxed{9\sim}$ Ett företag har ett lager, där varor hämtas med truckar. Under 500 skilda, slumpmässigt valda tidsintervall av längden en timme noterades hur många truckar som anlände. Resultat:

Antal truckar	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Frekvens	52	151	130	102	45	12	5	1	2

Modell: $x_1, \ldots, x_{500}$ är observationer från $Po(\mu)$. Konstruera ett konfidensintervall för μ med konfidensgraden approximativt 0.95.

$\boxed{10\sim \text{ och } 11\sim}$ Med en viss mätutrustning registreras den radioaktiva bakgrundsstrålningen på en ort. Det är rimligt att anta att antalet registrerade partiklar under t mimuter är $Po(\lambda t)$, där $\lambda = 5$ (enhet: min^{-1}). Efter ett radioaktivt utsläpp misstänker man att strålningen har ökat. Hur länge behöver man mäta strålningen, om

$$H_0 : \lambda = 5 \qquad \text{mot} \qquad H_1 : \lambda > 5$$

på nivån $\alpha = 0.01$ med ett test som ger utslag med säkerheten (power) 0.99, om strålningsintensiteten är $\lambda = 7.5$.

$\boxed{12\sim}$ Draghållfastheter för tre sorters linor har bestämts. Resultat:

Typ	Uppmätta värden								$\bar{x}_i$	s_i
A:	3.72	2.93	4.73	3.90	4.57	4.27	5.38	3.24	4.09	0.809
B:	13.27	16.48	9.54	16.08	20.57	15.87	13.57	9.63	14.38	3.70
C:	10.42	11.98	11.50	7.85	5.71				9.49	2.65

Kan vi säga vilken sort som är bäst?

(a) Då vi skall besvara frågan kan vi inte använda en modell där vi betraktar data som tre stickprov från normalfördelningar med <u>samma standardavvikelse</u>. Visa detta med hjälp av lämpliga test vart och ett på nivån 0.01. Det räcker om du skriver ut ett av testen.

(b) Antag i stället att de logaritmerade (ln) hållfastheterna utgör tre stickprov från $N(\mu_i, \sigma)$ och försök besvara frågan ovan genom att konstruera lämpliga konfidensintervall vart och ett med konfidensgrad 95%. Innan man genomförde försöket hade man ingen uppfattning om vilken typ som skulle vara bäst.

$\boxed{13\sim}$ Vid 25 oberoende mätningar av en storhet har man erhållit

$$\bar{x} = 11.2 \quad \text{och} \quad s = 2.1$$

och vi antar att $X_i \sim N(\mu, \sigma)$.

(a) Testa hypotesen $H_0 : \mu = 10$ mot $H_1 : \mu \neq 10$ på signifikansnivån 1%.

(b) Beräkna ett 99 % konfidensintervall för μ.

$\boxed{14\sim}$ (a) Livslängderna för 50 elektronrör bestämdes och man fick $\bar{x} = 38.5$. Man antar att livslängderna är oberoende och exponentialfördelade med ett okänt väntevärde μ. Konstruera ett tvåsidigt konfidensintervall f́or μ med konfidensgraden 95%.

(b) Då man såg hur observationera fördelat sig på tallinjen, blev man treksam över exponentialfördelningsantagandet:

Intervall	Absolut frekvens
$0 \leq x < 20$	14
$20 \leq x < 40$	18
$40 \leq x < 60$	7
$60 \leq x < 80$	6
$80 \leq x$	5

Undersök med ett χ^2-test på nivån 0.10 om ahtagandet om exponentialfördelning är rimligt.