

TANA17 Matematiska beräkningar med MATLAB för M, DPU

Fredrik Berntsson, Linköpings Universitet

Föreläsning 2

- Index. Kolon-notation.
- Vektoroperationer. Summor och medelvärden. Maximum och Minimum.
- Grafik i $2D$ och $3D$.
- Translation av en geometrisk figur.

Exempel Skapa en vektor som innehåller heltalen 1, 2, ..., 10, genom att skriva

```
>> x = 1:10
```

```
x =
```

1

2

3

4

5

6

7

8

Detta kallas *kolon-notation*. Resultatet blir alltid en *rad*-vektor.

Vi kan skapa en vektor genom att ange *startvärde*, *steg*, och *slutvärde* genom:

```
>> x = start:steg:slut ;
```

Exempel Skapa en vektor med jämt utspridda värden i intervallet $1 \leq x \leq 4$ genom att skriva

```
>> x = 1:0:0.01:4;
```

Detta ger en vektor med `length(x)=301`.

Vill vi istället ha en kolumn-vektor måste vi använda transponat

```
>> x = (1:0.01:4)';
```

Exempel Skapa en vektor med $N = 150$ jämnt utspridda tal i intervallet $1 \leq x \leq 4$.

Indexering

Om x är en godtycklig vektor med längd n och k vara en vektor med heltal, $1 \leq k_i \leq n$. Då gäller att $y = x(k)$ blir en vektor sådan att $y_i = x(k_i)$.

Exempel Låt x vara en vektor. Vi vill bilda en ny vektor som innehåller elementen $x_2, x_5, x_8, \dots$. I Matlab skriver vi

```
>> n = length(x);  
>> y = x( 2:3:n );
```

Elementvisa räkneoperationer

Ofta vill man utföra beräkningar elementvis. Använd då `+`, `-`, `.*`, `./`, och `.^`

Exempel kommandona

```
>> x = 0:0.1:1;  
>> y = (1+exp(x))./(1+x.^2);
```

skapar en vektor $y \in \mathbb{R}^{11}$ med exempelvis $x(3)=0.2000$ och $y(3)=2.1360$.

$$\frac{1 + e^{0.2}}{1 + 0.2^2} \approx 2.1360.$$

Standardfunktioner som `sin`, `cos`, etc utförs elementvis!

Operationer på Vektorer

Funktionerna `sum` och `mean` beräknar summan respektive medelvärdet av elementen en vektorn.

Exempel Beräkna summan av de udda talen 1, 3, 5, ..., 99. I Matlab

```
>> S = sum( 1:2:99 )  
S =  
    2500
```

Exempel Beräkna summan

$$S = \sum_{k=0}^{100} \frac{(-1)^k}{1 + k^2}.$$

Exempel I statistik definieras standard avvikelsen som

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N (x_i - m)^2, \quad m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

Skapa en vektor med $n = 100$ likformigt fördelade slumpstal på intervallet $[0, 1]$ och beräkna dess standardavvikelse.

Kommentar Standardavvikelsen kan även beräknas med funktionen `std`.

För att hitta största eller minsta element i en vektor finns funktionerna `max` och `min`. Exempelvis gäller att om

```
>> [m, k]=max( x );
```

så sätts m till det största elementet i vektorn x och $x(k) = m$.
Skriver man istället

```
>> m=max( x );
```

så hittas endast det största värdet.

Exempel Betrakta funktionen $f(x) = 2e^{-x/7} - 7 \sin(4x)$ på intervallet $0 \leq x \leq \pi$. Vid vilket x -värde antar funktionen sitt minimum?

För att rita kurvor i 2D finns kommandot `plot`. Skriver vi

```
>> plot( x , y )
```

så skapas en figur och punkterna $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ sammanbinds med rätta linjer.

Exempel Skriv

```
>> x = [ 1 2 4 5];  
>> y = [ 3 2 2 4];  
>> plot( x , y );
```

Punkterna (x_k, y_k) sammanbinds med rätta linjer. Linjetyp kan anges:

```
>> plot( x , y , 'r--' );
```

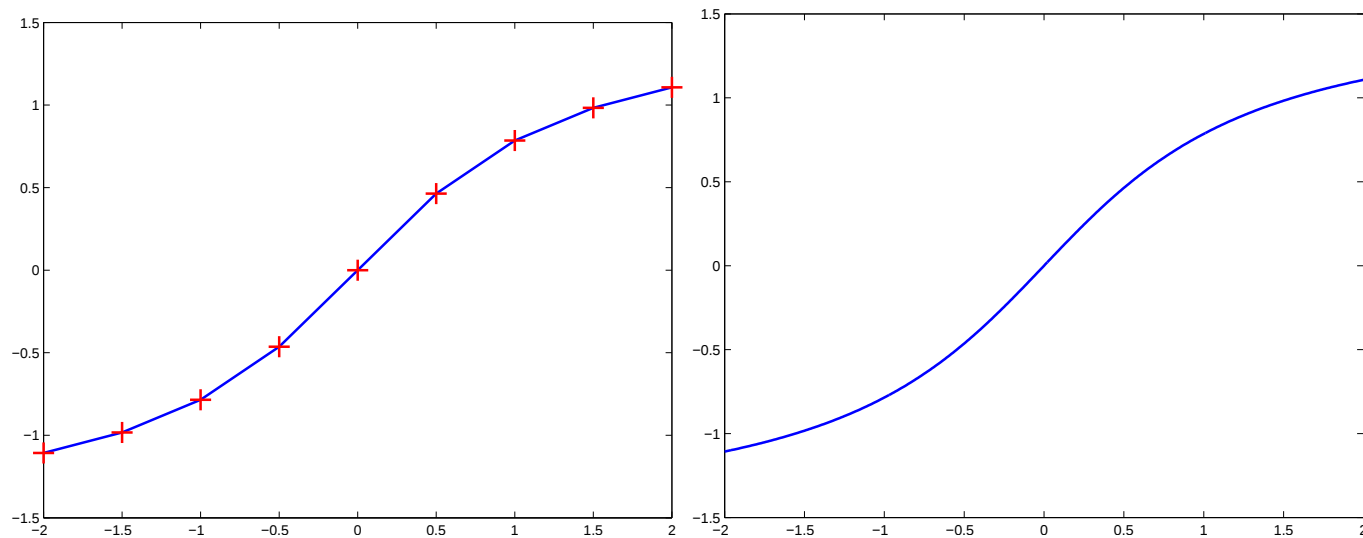
ger röd streckad linje. Se `help plot`.

Exempel Rita en graf över funktionen $y = \arctan(x)$ på intervallet $-2 < x < 2$.

I Matlab skriver vi:

```
>> x = -2:0.5:2;  
>> y = atan(x);  
>> plot( x,y, 'b-', x,y, 'r+' );
```

Kommentar När vi skall skriva flera kommandon som tillsammans för att löser en uppgift är det praktiskt att använda Matlabs editor. Skapa en fil med de kommandon du behöver och kopiera dem till kommandofönstret för att se resultatet.



För att få en “jämnare” kurva måste vi välja fler punkter (x_k, y_k) .

Till vänster samma kurve med med $x = -2 : 0.01 : 2$.

Efter att en graf ritats upp kan vi lägga till en titel och namnge koordinataxlarna med hjälp av `title`, `xlabel` och `ylabel`.

Exempel Efter att grafen $f(x) = \arctan(x)$ har ritats upp skriver vi

```
>> xlabel('x')  
>> ylabel('y=arctan(x)')  
>> title('Funktionskurvan y=f(x)')
```

För att det skall se bra ut i tryck måste man ofta anpassa textstorleken. Exempel

```
>> xlabel('x', 'FontSize', 14)
```

Kommentar Tecknet `'` betyder start, respektive slut, på en textsträng. Texthantering återkommer senare.

Exempel Rita en graf över funktionen $y = \cos(x)/(1 + x^2)$ på intervallet $0 < x < 1$.

I Matlab skriver vi:

```
>> x = 0:0.05:1;  
>> y = cos(x)./(1+x.^2);  
>> plot(x,y);
```

Observera att elementvis `./` och `.^` måste användas. Vi kan namnge koordinataxlarna med

```
>> xlabel('x');  
>> ylabel('y');
```

För att rensa grafik fönstret används `clf`. Vill man rita flera kurvor i samma fönster används `hold on`. Avsluta med `hold off`.

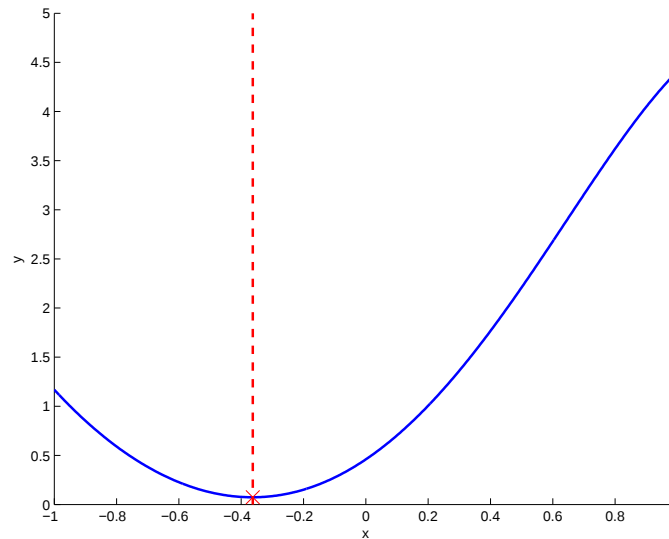
Exempel Rita två funktionskurvor i samma figur med

```
>> clf
>> plot( x , cos(x) , 'r' )
>> hold on
>> plot( x , sin(x).^2 , 'b--' )
>> hold off
```

Kommentar Plottning i MATLAB är svårt. Läs hjälptexten för `plot`, `axis`, och `print`.

Exempel Vi vill studera funktionen $f(x) = 2 + e^x(1 - \cos(2x + 1)) - x^3$ på intervallet $[-1, 1]$.

Rita därför funktionskurvan samt markera tydligt var funktionen har sitt minimum.



Vilka MATLAB kommandon behövs?

Vill man skriva ut en figur skall kommandot `print` användas.
Man väljer då ett format och ett filnamn.

Exempel Skriver man

```
>> print -depsc bild.eps
```

Skrivs bilden ut i formatet postscript till en fil med namnet `bild.eps`.
Skriver man istället

```
>> print -djpeg bild.jpg
```

så fås en bild i `jpeg` format. See `help print`.

Funktionsytor i 3D

En funktion $z = f(x, y)$ beskriver en yta i $\mathbb{R}^3$. För att rita upp ytan behöver vi ett antal punkter $(x, y, f(x, y))$. Punkterna måste vara lagrade som tre matriser X , Y och Z där

$$Z(i, j) = f(X(i, j), Y(i, j));$$

För att rita upp ytan behöver vi göra följande:

1. Välj lämpliga x - och y -koordinater och lagra dem i två vektorer x och y .
2. Skapa utgående ifrån x och y två matriser X och Y .
3. Beräkna Z matrisen som skall innehålla funktionsvärden $z_{ij} = f(x_i, y_j)$.
4. Rita upp ytan.

De kommandon vi behöver är `meshgrid` och antingen `mesh` eller `surf`. Läs hjälp texten.

Exempel Skriv de MATLAB kommandon som behövs för att rita upp Rosenbrock funktionen

$$f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2,$$

som ofta används som exempel på en funktion som är besvärlig att arbeta med inom optimeringsläran. Vi är intresserade av området $-2 < x < 2$ och $-1 < y < 3$.

Välj först x - och y -koordinater:

```
>> n=100;  
>> x=-2+4*(0:n-1)/(n-1);  
>> y=-1+4*(0:n-1)/(n-1);
```

Skapa matriser som innehåller alla punkter på rätt format:

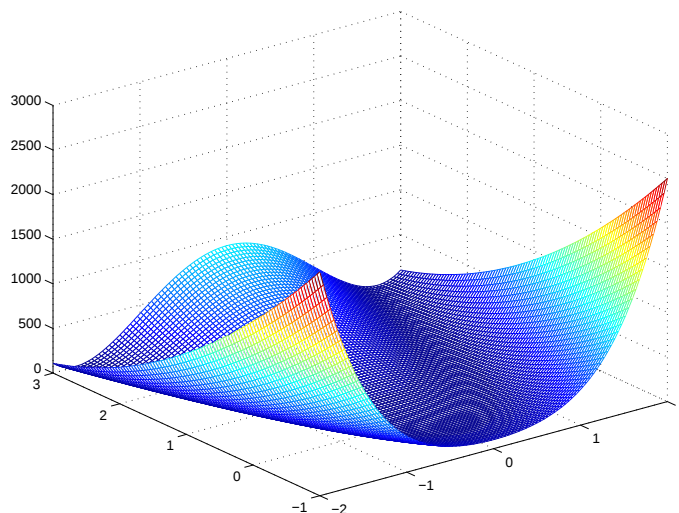
```
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);
```

Vi måste nu beräkna funktionens värden i punkterna:

```
>> Z=(1-X).^2+100*(Y-X.^2).^2;
```

där $\wedge$ anger att exponenten beräknas elementvis. Vi ritar slutligen upp ytan med kommandot

```
>> mesh(X,Y,Z)
```



Plottning av Geometriska Objekt

Exempel En månghörning består av hörnpunkter och kantlinjer. Vi Varje punkt $P_k = (x_k, y_k)^T$ kan ses som en 2×1 vektor.

Vi vill rita upp en femhörning med givna hörnpunkter

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ och } \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Vi vill sedan förflytta alla punkterna med en konstant vektor $T = (1, 2)^T$ och rita upp månghörningen igen. Hur skall vi göra?

Spara punkterna i en $2 \times n$ matris P . Varje punkt representeras av en kolumn $P(:, k)$. I Matlab

```
P = [ 1  3  5  6  3 ;  
      3  6  5  2  1 ];  
plot( P(1,:), P(2,:), 'r+' );  
hold on  
ind = [1 2 3 4 5 1]; % Besök punkterna i denna c  
plot( P(1,ind), P(2,ind), 'b-' );
```

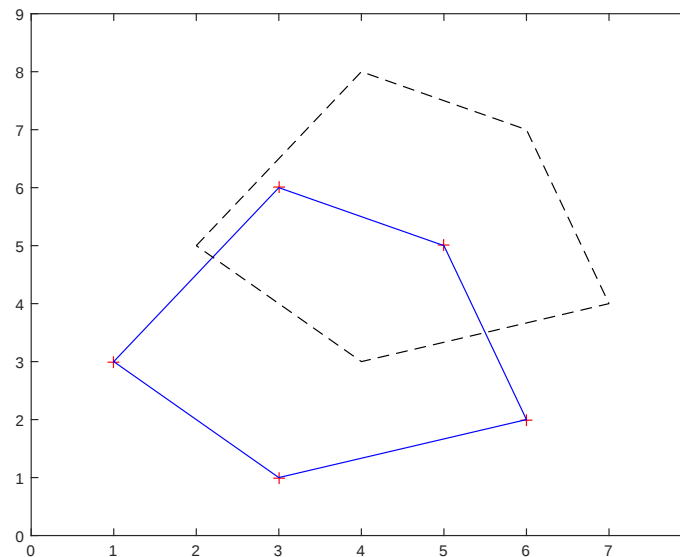
För att translatera punkterna skapar vi en ny $2 \times n$ matris att addera till P .

```
T=ones(2,5); T(2,:)=2; P2 = P+T;  
plot( P2(1,ind), P2(2,ind), 'k--' )  
hold off
```

Sätt koordinataxlarna så att vi ser hela bilden och skriv ut

```
axis([ 0 8 0 9])  
print -depsc F2-5horning.eps
```

Den färdiga bilden blir



Kommentar Många olika operationer inom datorgrafik består av att enkla operationer utförs på punktmängder. I Matlab kan man göra rätt mycket om man är lite kreativ.