

TANA17 Matematiska beräkningar med MATLAB för M, DPU

Fredrik Berntsson, Linköpings Universitet

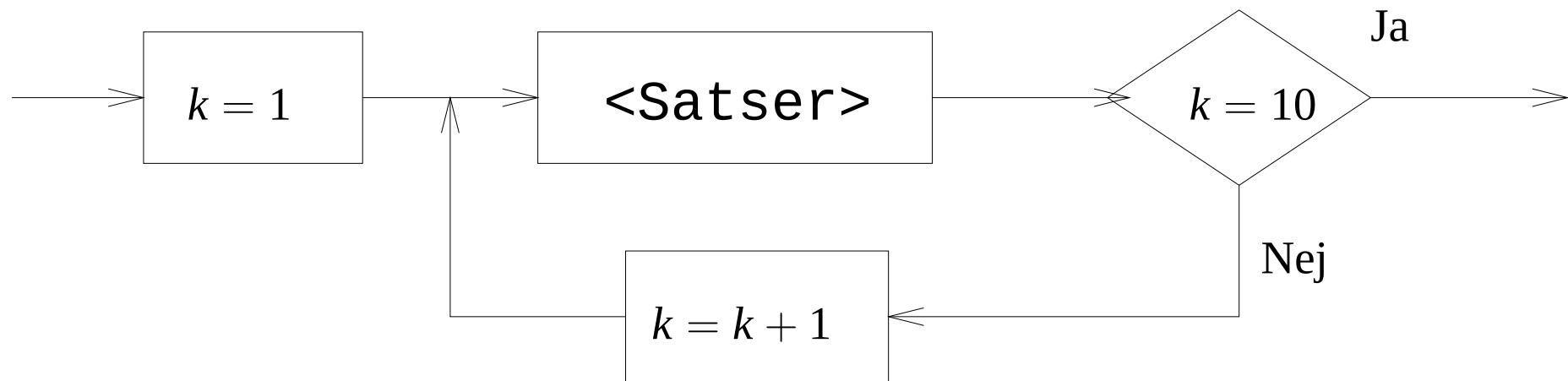
Föreläsning 4

- StyrSATser: Repetitionssatserna `for` och `while`.
- Tillämpningar: Ett enkelt filter. Lösning av triangulära ekvationssystem.
- Avbrottssatsen `break`.

Repetitionssatser

Definition En *repetitionssats* används då ett antal satser skall upprepas flera gånger.

Då ett antal satser skall utföras, ett på förhand känt, antal gånger används en **for**-sats.



I Matlab finns konstruktionen

```
for <variabel>= start:steg:slut
    <satser>
end
```

där <satser> utförs en gång för varje värde på <variabel>.

Exempel Beräkna summan $S = \sum_{k=1}^{1000} \frac{1}{k^2}$.

I Matlab skriver vi

```
S=0;
for k=1:1000
    S=S+k^(-2);
end
```

Detta ger $S=1.6439$.

Exempel Vad blir $x(5)$ då följande program exekveras?

```
x=zeros(5,1);  
for k=2:1:5  
    x(k)=x(k-1)+k  
end
```

Exempel Låt x vara vektorn

$$x = (1, -1, 5, 2, 3, -2, 4)^T.$$

Använd en repetitionssats för att hitta det största elementet i vektorn.

Nästlade repetitionssatser

Exempel Beräkna matris-vektor produkten $y = Ax$, $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, med formeln

$$y_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}x_j, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

I Matlab skriver vi

```
[n,m]=size(A);  
y=zeros(n,1);  
for i=1:n  
    for j=1:m  
        y(i)=y(i)+A(i,j)*x(j);  
    end  
end
```

Tillämpning: Triangulära ekvationssystem

Exempel Ett undnertriangulärt ekvationssystem $Lx = b$ har följande struktur:

$$\begin{pmatrix} \ell_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \ell_{21} & \ell_{22} & 0 & 0 \\ \ell_{31} & \ell_{32} & \ell_{33} & 0 \\ \ell_{41} & \ell_{42} & \ell_{43} & \ell_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix}.$$

Från första ekvationen ser vi att

$$x_1 = b_1 / \ell_{11}.$$

Andra ekvationen ger sedan

$$x_2 = (b_2 - \ell_{21}x_1) / \ell_{22}.$$

Detta kallas *frammåtsubstitution*.

Uppgift Skriv ett Matlab program som löser ett godtyckligt undertriangulärt ekvationssystem.

I Matlab

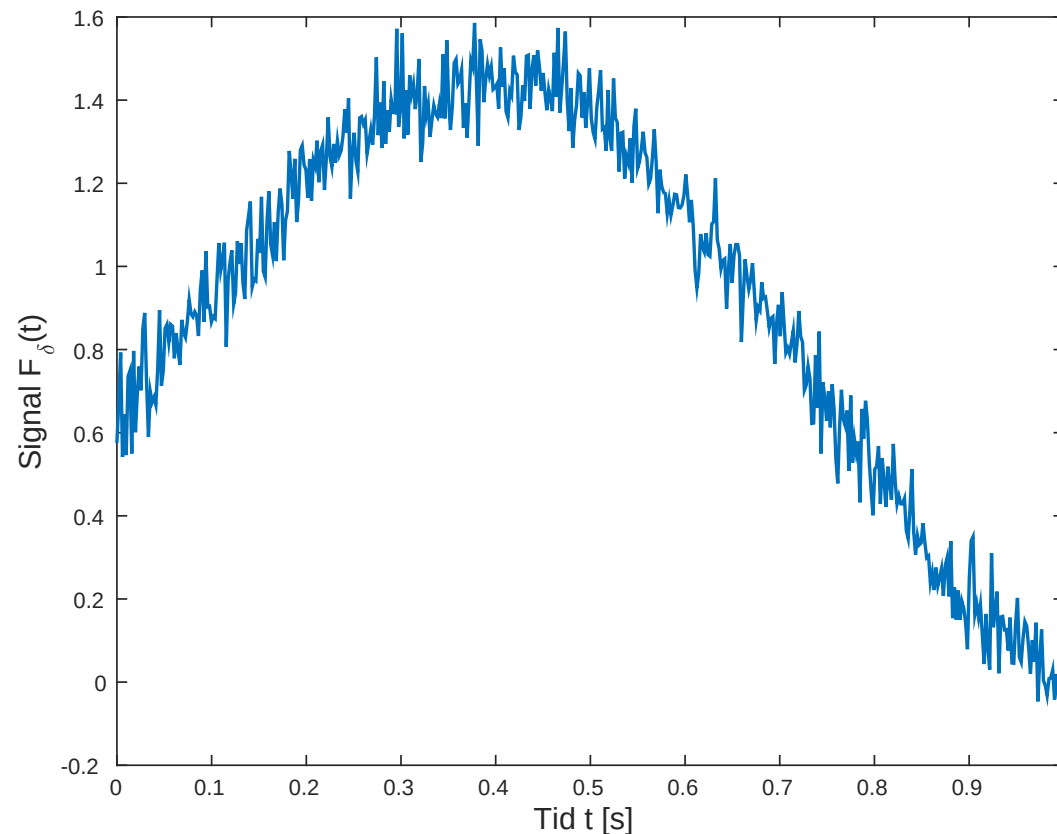
```
L=[1 0 0 ; -2 3 0 ; 2 4 -1 ]; b=[3 -1 2]';

[n,m]=size(L); % Kontrollera matris storlek
x=zeros(n,1);
for i=1:n
    % Beräkna lösningskomponenten x(i)
    x(i)=b(i);
    for j=1:i-1
        x(i)=x(i)-L(i,j)*x(j);
    end
    x(i)=x(i)/L(i,i);
end;

b2=L*x;   disp( b2' )
          3      -1      2
```


Tillämpning: Ett utjämnande Filter

Problem Vi har en mätt en signal $F(t)$ som skall vara slät. På grund av mätbrus fås dock en signal med kraftiga oscillationer.



Använd Matlab för att filtrera bort det brus som smygat sig in i mätningarna.

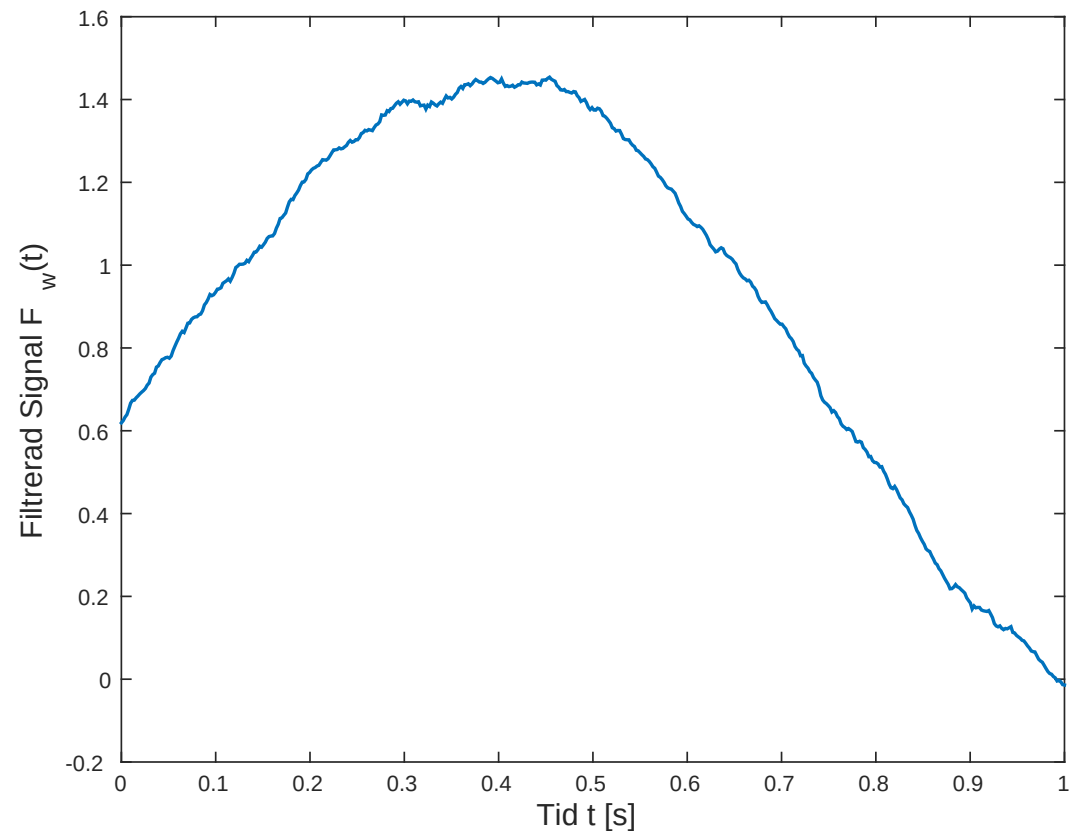
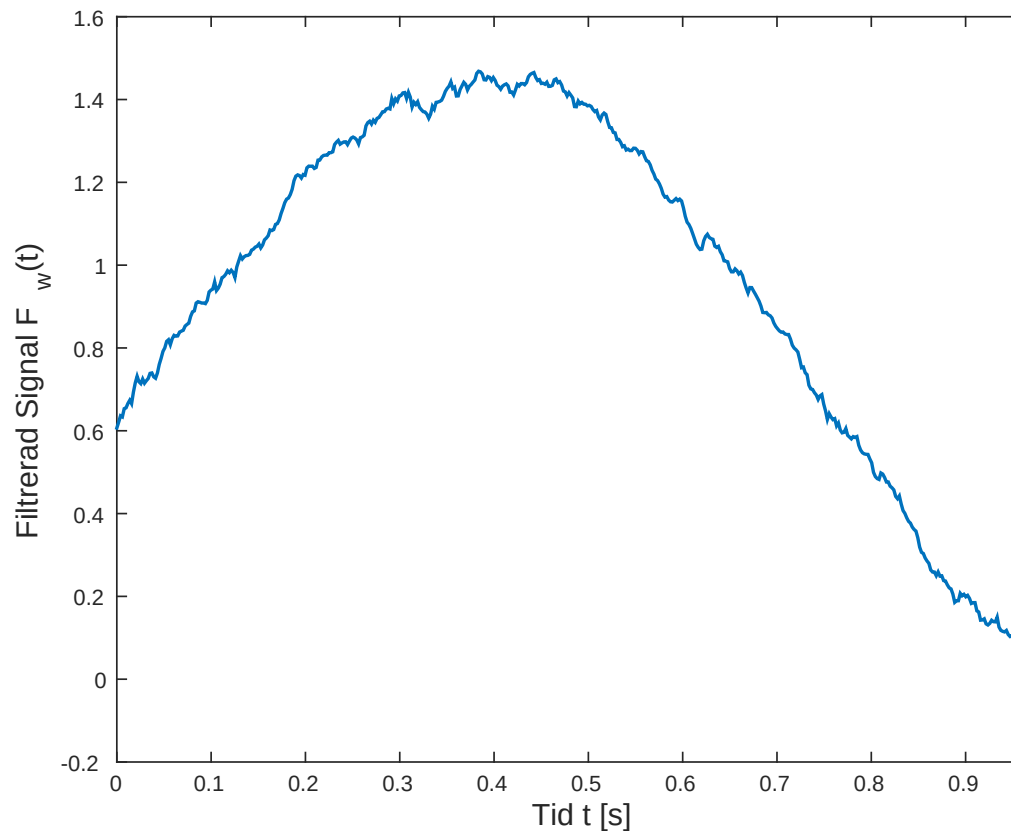
Metod Medelvärdesbildar vi över ett antal element i vektorn F_δ så bör slumpmässigt brus reduceras kraftigt.

Välj ett heltal W och beräkna ett nytt värde

$$F_W(k) = \frac{1}{2W + 1} \sum_{j=k-W}^{k+W} F_\delta(j),$$

I början och slutet av vektorn F_δ har vi inte alla värden vi behöver och utökar därför först vektorn med W st kopior av $F_\delta(1)$ respektive $F_\delta(N)$.

Uppgift Skriv ett MATLAB program som utför filtrering enligt ovanstående metod.



Resultatet efter filtrering med $W = 5$ (till vänster) och $W = 10$ (till höger). Mer filtrering ger en jämnare signal.

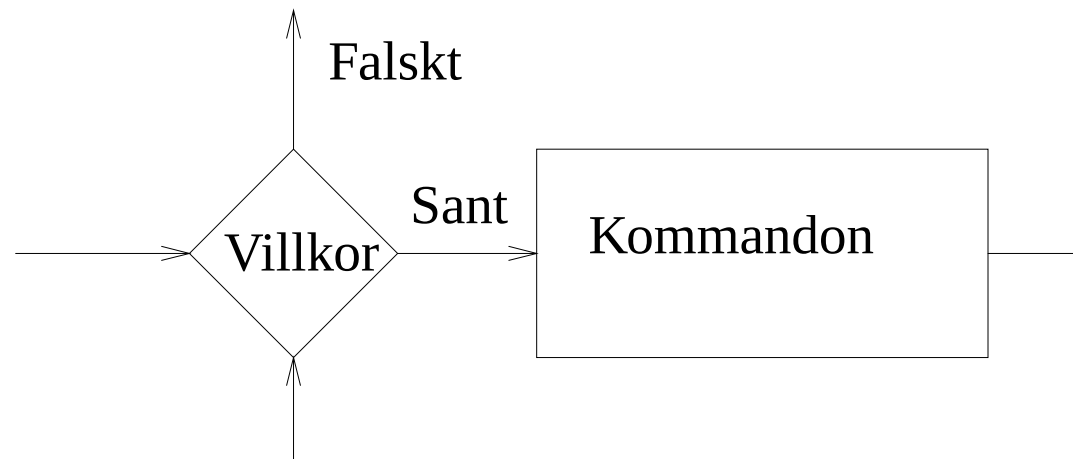
Kommentar Matlab har mycket avancerade funktioner för signalbehandling.

Repetitionssatser

I Matlab finns konstruktionen

```
while <logiskt villkor>  
    <satser>  
end
```

där <satser> utförs så länge villkoret har värdet *sant*.



Kommentar Det är viktigt att en `while` sats kan avbrytas.

Exempel Fibonacci talen ges av $F_1 = 0$, $F_2 = 1$, och $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$. Vilket är det största talet F_k som fortfarande är mindre än 100?

I Matlab skriver vi

```
F(1)=0;F(2)=1;n=2;  
while ( F(n)< 100 )  
    n=n+1;  
    F(n)=F(n-1)+F(n-2);  
end  
n-1,F(n-1)
```

Repetitionssatsen avbryts när $n = 13$ så det största talet blir $F_{12} = 89$.

Exempel Exponentialfunktionen kan beräknas genom Taylor serien,

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

Skriv ett program som beräknar e^x för ett givet värde x .

Avbryt summeringen då nästa term inte längre påverkar resultatet särskilt mycket. Stopp kriteriet sätts till

$$\left| \frac{t_k}{S_k} \right| < 10^{-10},$$

där t_k är en term i serien och S_k är motsvarande partialsumma.

Att avbryta en repetitionssats

Kommandot `break` avbryter en `while` eller `for` sats direkt.

Exempel En vektor x är sorterad i stigande ordning om

$$x_i < x_{i+1}, \quad \text{för } i = 1, 2, \dots, n - 1.$$

Skriv ett program som kontrollerar om en given vektor är sorterad i stigande ordning.

Exempel I ett spel försöker vi slå en tärning högst 10 gånger i följd. Målet är att få samma resultat två gånger i rad.

Skriv ett Matlab program som simulerar en sådan spelomgång. För varje lyckad omgång skriver vi ut antalet kast som krävdes.

Övningar Rita först upp ett flödesschema som beskriver hur simuleringen skall genomföras. Skriv sedan lämpliga MATLAB kommandon.