

Tentamen TANA17 Matematiska beräkningar

Provkod: DAT1 **Godkänd:** 8p av totalt 20p **Tid:** 14:e januari klockan 14.00-18.00

Redovisning Lös först uppgifterna i Matlab. Då du har en färdig lösning skriv då ner de kommandon du använde på papper. Redovisa även eventuella resultat du fick då körde dina Matlab kommandon. Grafer behöver inte redovisas.

- (2p) **1:** Använd kolon-notation för att skapa en vektor som innehåller talen $1, 2, 3, \dots, 10$. Använd sedan elementvisa operationer och kommandot `sum` för att beräkna summan

$$S = \sum_{k=1}^{10} k^2.$$

- (2p) **2:** Vi vill studera funktionen

$$f(x) = 2 \cos(x) \sqrt{x} - x^2 + \frac{1}{2},$$

på intervallet $0 \leq x \leq 1$, och undersöka var dess maximum inträffar.

- a) Skapa en vektor `x` som innehåller $N = 50$ jämnt utspridda tal på intervallet $[0, 1]$. Beräkna även en vektor `f` med motsvarande funktionsvärden och utnyttja dessa vektorer för att plotta funktionen på aktuellt intervall.
- b) Använd Matlab kommandot `max` för att hitta det största värdet i vektorn `f`. Detta approximerar funktionens maximum på intervallet. Hitta även det x -värde där funktionen antar sitt största värde.

- (1p) **3:** Beräkna lösningen till det linjära ekvationssystemet $Ax = b$ där

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (2p) 4: Följande kommandon är tänkta att kontrollera ifall alla element i en vektor är noll-skiljda:

```
for i=1:length(x)
    if x(i) ~= 0
        NollSkiljd=1;
    else
        NollSkiljd=0;
    end
end
```

Förklara vad som går fel och gör de ändringar som krävs för att programmet skall fungera som det är tänkt.

- (2p) 5: Bilda en matris $n \times n$ matris A med element som ges av

$$a_{ij} = i + j, \quad 1 \leq i, j \leq n.$$

För $n = 3$ skall vi alltså få matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (2p) 6: Skriv en funktion **AntalNollor**, med en vektor x som inparameter, och som räknar antalet gånger talet noll förekommer i vektorn x . Du skall kunna anropa din funktion som

```
>> k = AntalNollor( [ 0 -2 2 0 11 3 ] )
```

och utparametern k skall tilldelas värdet 2.

- (3p) 7: Fibonacci talföljden ges av

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad \text{och} \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2}.$$

Skriv ett program som skriver ut en tabell över de Fibonacci tal som är mindre än 50. Utskriften skall ske enligt följande mönster:

n	F(n)

1	1
2	1
3	2
:	:
9	34

Vi behöver bilda 10 tal för att nå över 50.

Försök att få din utskrift så lik tabellen ovan som möjligt.

- (2p) **8:** Använd `polyfit` för att hitta ett andragradspolynom som interpolerar följande tabell

x	0	1	2
y	1.5	1.1	1.9

Plotta även polynomet på intervallet $0 \leq x \leq 2$ som en blå heldragen linje. Rita även in punkterna (x_i, y_i) i samma graf med röda **x**.

Tips Ett andragradspolynom $p(x)$ kan väljas så att $p(x_i) = y_i$, för precis tre punkter (x_i, y_i) . Du skall alltså kunna se i grafen att funktionskurvan går genom de givna punkterna från tabellen.

- (4p) **9:** En matris sägs vara diagonaldominant om

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}| \leq |a_{ii}|, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

med *sträng* olikhet för åtminstone ett i . Skriv en funktion `DiagonalDominant` med en matris A som inparameter som returnerar *sant* (dvs 1) om A är diagonaldominant, och *falskt* (dvs 0) annars.

Lösningsförslag till tentan för TANA17 Januari 2016.

1: Vi beräknar summans värde med kommandona

```
>> k=1:10;
>> S=sum( k.^2 )
S =
    385
```

2: Följande kommandon plottar grafen och markerar maximum:

```
>> N=50; x=(0:N-1)/(N-1); % Precis 50 tal.
>> f=2*cos(x).*sqrt(x)-x.^2+1/2;
>> plot( x , f );
>> [m,k]=max(f);
>> disp(m),disp( x(k) )
```

Maximum är $m = 1.5072$ och det inträffar vid $x = 0.4286$.

3: Bilda matrisen och lös problemet med

```
>> A=[ 2 3 1 ; 1 -2 3 ; 1 -1 2]; b=[ 2 -1 2]';
>> x=A\b
x =
    13.5000
    -5.5000
    -8.5000
```

4: Problemet är att endast sista kontrollen räknas. Enklaste lösningen är att avbryta då vi hittar två element som inte ligger i stigande ordning med **break**. Vi får

```
for i=1:length(x)
    if x(i) ~= 0
        NollSkiljd=1;
    else
        NollSkiljd=0;
        break
    end
end
```

Det finns flera alternativa lösningar som ger enklare kod. Exempelvis

```
NollSkiljd=1;
for i=1:length(x)
    if x(i) == 0 % Vänt på jämförelsen!
        NollSkiljd=0;
        break
    end
end
```

5: Vi bildar matrisen med kommandona

```
n=3;
A=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
        A(i,j)=i+j;
    end
end
A
```

vilket ger rätt matris utskriven till terminalen.

6: Funktionen blir

```
function [k]=AntalNollor(x)
    n=length(x);
    k=0;
    for i=1:n
        if x(i)==0
            k=k+1;
        end
    end
end
```

7: Vi bildar tal från Fiobnacci följden och gör utskriften med programmet

```
F1=1;F2=1;          % Två på varandra följande Fibonacci tal.
k=2;                % Antalet bildade tal hittills
fprintf(1,'      n          F(n)\n');
fprintf(1,'-----\n');
fprintf(1,'      1          1\n');
while F2<50
    fprintf(1,'    %2i          %2i\n',k,F2);
    k=k+1;
    F3=F2+F1;        % Bilda ett nytt tal
    F1=F2;F2=F3;      % Flytta om så att det nya talet är F2
end
fprintf(1,'Vi behöver bilda %i tal för att nå över 50\n',k)
```

```
disp(['      ',num2str(k),'      ',num2str(F2)]);
```

men fprintf är enklare.

8: Vi använder kommandona

```
x=[0 1 2];y=[ 1.5 1.1 1.9];
P2 = polyfit(x,y,2);
xx=0:0.01:2;
plot( xx ,polyval( P2 , xx ),'b-')
hold on
plot( x,y,'rx')
hold off
```

Vi ser att linjen ligger nära punkterna.

9: På filen DiagonalDominant.m skriver vi

```
function [D]=DiagonalDominant( A )
[n,m]=size(A);
EnStrikt=0; % Sann om vi hittat en strikt olikhet
AllaSanna=1; % Sätt till falsk ifall vi hittar en ogiltig olikhet
for i=1:n
    % beräkna summan över raden
    S=0;
    for j=1:m, S=S+abs(A(i,j)); , end
    if S>2*abs(A(i,i)), % diagonal elementet ingår i S
        AllaSanna=0;
        break
    end
    if S<2*abs(A(i,i)) % hittat en strikt olikhet
        EnStrikt=1;
    end
end
if EnStrikt & AllaSanna % Alt D = EnStrikt & AllaSanna;
    D=1;
else
    D=0;
end
end
```