

TANA23 Matematiska algoritmer och modeller

Vinjett 3. Beräkningsfelsanalys

Beräkningsfelsanalys bygger på vissa antaganden om hur datorns talsystem fungerar. Gör följande:

1. De flesta datorer använder IEEE Dubbelprecisions aritmetik. Ange maskinprecisionen μ för detta talsystem. Ange även de parametrar (β, t, L, U) som karakteriserar ett IEEE dubbelprecision.
2. I Python finns ett paket `sys` med implementation av grunder i språket, som exempelvis datatyperna. Du kan skriva `import sys` och sedan `sys.float_info` för att då lite egenskaper för datatypen `float`. Diskutera om du utifrån detta kan dra slutsatsen att IEEE dubbelprecision används.
3. Det huvudsakliga antagandet vid beräkningsfelsanalysen är att alla beräkningar utförs med *relativt fel* högst μ . De flesta standard funktioner kan beräknas med denna noggrannhet. Exempelvis \sqrt{x} och e^x . Försök att hitta någon standard funktion där standarden inte kräver denna noggrannhet.

Själva analysen går till på följande sätt: Vi tittar på den aktuella beräkningen och inför symboler a, b, c , etc, för mellan resultaten. Sedan antar vi att det *relativa felet* vid varje beräkning är högst μ . Dvs, $|\Delta a|/|a| \leq \mu$, etc. Hur stort fel detta orsakar i slutresultatet uppskattas med felfortplantningsformeln.

Gör följande:

4. Genomför en beräkningsfels analys då $f = \sqrt{1 + x^2}$ beräknas för små värden på x .
5. Genomför en beräkningsfelsanalys då funktionen

$$f(x) = \frac{x - \sin(x)}{x^3}$$

beräknas för små värden på x .

Tips Serierutvecklingen av $\sin(x)$ är $\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$

Slutligen:

6. Ett viktigt begrepp är *Kancellation*. Vad betyder cancellation i detta sammanhang? Hur kan vi se på beräkningsfelsanalysen i uppgifterna ovan om cancellation förekommer i respektive beräkning?