

TANA23 Matematiska algoritmer och modeller

Vinjett 8. Varmvattenberedare

Låt $y(t)$ vara en storhet som *mäts*. Det är önskvärt att storheten har värdet y_0 . Detta kallas *börvärdet*. En PID regulator beräknar en *styrsignal* $p(t)$ enligt

$$p(t) = k_P(y_0 - y(t)) + k_D y'(t) + k_I \int_0^t (y_0 - y(\tau)) d\tau.$$

Tillämpning En varmvattenberedare innehåller 100ℓ vatten som skall hållas vid $70^\circ C$. Behållaren är trycksatt och fylls med kallvatten som håller $14^\circ C$ i precis samma takt som varmvatten används.

Varmvattenförbrukningen beskrivs av en funktion $f(t)$ [ℓ/min]. Det kallvatten som ersätter det som förbrukas blandas upp och allt vatten i behållaren antas hålla en konstant temperatur.

Vattnet i behållaren värms med en doppvärmare som maximalt kan ge en effekt på 3 kW . Denna kan regleras fritt och ge uteffekt i intervallet $0\text{--}3 \text{ kW}$ beroende på styrsignal $p(t)$. Vi vill reglera temperaturen i tanken med en PID regulator.

Frågor 1. Formulera ett begynnelsevärdesproblem med en differentialekvation som beskriver hur temperaturen i vattenbehållaren beror på regulatorn och på vattenförbrukningen $f(t)$.

2. Skriv om problemet som ett system av differentialekvationer av första ordningen. Vilka begynnelsevärden krävs för att vi skall kunna simulera systemet? Hur ser tillståndsvektorn $S(t)$ ut?

3. Sätt $S'(t) = 0$ i systemet och hitta en stationär lösning. Det betyder konstant temperatur, konstant utflöde och konstant styrsignal. Försök även att hitta den maximala vattenförbrukningen som fortfarande kan leda till en stationär lösning på problemet. Diskutera om denna är rimlig.