

TATA41 Vinjett 2 – Gränsvärden

I denna vinjett ska vi bygga på grunden vi la i Vinjett 1 med kursens första kapitel om gränsvärden och kontinuitet. Dessa begrepp ska vi använda i senare kapitel för att bygga upp teorin för derivator och integraler.

- 1) Skriv ner definitionerna av att $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ och $f(x) \rightarrow \infty$, $x \rightarrow \infty$ och illustrera dem med figurer.
- 2) Vilka andra viktiga definitioner och satsar tas upp i kursbokens kapitel 3? Skriv ner dessa. Illustrera dem också med figurer där så är lämpligt.
- 3) Vilka viktiga formler härleds i kursbokens kapitel 3? Skriv ner dessa.
- 4) Vilken idé kan ofta användas för att hantera summor och skillnader av uttryck där termerna är av olika storleksordning?
- 5) Vilken idé kan ofta användas för att hantera skillnader mellan uttryck innehållande rotmärken?
- 6) Använd idén i fråga 5) till att beräkna $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x})$. Betrakta sedan räkningen:

$$x - \sqrt{x^2 - 2x} = x \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{x}} \right) \rightarrow \text{ty } \frac{2}{x} \rightarrow 0, x \rightarrow \infty \rightarrow x(1 - \sqrt{1 - 0}) = 0, x \rightarrow \infty.$$

Är räkningen korrekt? Om inte, vad är felet?

- 7) Ögna snabbt igenom uppgifterna: P3.14, P3.18, P3.19, P3.21, P3.24 samt de gamla tentauppgifterna (du ska alltså inte räkna uppgifterna, utan bara snabbt titta igenom dem)

T230323:3) Undersök gränsvärdena

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5) - \ln x}{\sin \frac{2}{x}} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x-1)}{\ln(x^2-1)}.$$

T230111:3) Undersök gränsvärdena

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2} \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + \ln x}{\sqrt{x} - 2x + \sin x} \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2^x + 5^x)^{1/x}.$$

T220324:6) (a) Definiera vad det betyder att f är kontinuerlig i punkten 17.

$$\text{(b) Bestäm talen } A \text{ och } B \text{ så att } f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & , x < 0 \\ A & , x = 0 \\ \frac{x^{1+\sqrt{x}} - \sqrt{1+Bx} + 1}{x} & , x > 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i $x = 0$.

Innehåller dina svar på fråga 1) – 6) den information som behövs för att lösa uppgifterna eller har du glömt något? Komplettera dina svar med det du missat.

Efterarbete: Plugga in dina svar på fråga 1) – 7) och lägg sedan svaren på dessa frågor på något säkert ställe. Du kommer att behöva dina svar på kursens sista vinjett och när du börjar repetera inför tentan.