

TATA41 Vinjett 5 – Integraler

Denna vinjett handlar om Riemannintegralen. Integraler används i alla tekniska och naturvetenskapliga ämnen för att lägga ihop många små delar till en helhet, t ex vid beräkning av längder, areor, volymer m m. I och med denna vinjett är vårt byggande av en stomme att fästa övrigt kursinnehåll vid, avslutat. Den sista vinjetten kommer att handla om befästa det vi lärt oss på de tidigare vinjetterna och samtidigt påbörja repetitionen inför tentan.

- 1) Vilka viktiga definitioner och sats tas upp i kursbokens kapitel 6? Skriv ner dessa. Illustrera dem också med figurer där så är lämpligt.
- 2) Vilka viktiga formler härleds i kursbokens kapitel 6? Skriv ner dessa.
- 3) Hur kan man hantera integraler där integranden innehåller ett absolutbelopp?
- 4) Rita grafen till $f(x) = \frac{1}{x}$, $1 \leq x \leq 5$. Dela intervallet $[1, 5]$ på x -axeln i 4 lika delar. Rita in en undertrappa till $f(x)$ i figuren och använd detta till att skatta $\int_1^5 \frac{dx}{x}$ nedåt med en undersumma. Vad ger detta?
- 5) Hur hanteras en integral som är generaliserad på flera sätt?
- 6) Ögna snabbt igenom uppgifterna: P6.4, P6.8, P6.11, P6.18, P6.20 samt de gamla tentauppgifterna (du ska alltså inte räkna uppgifterna, utan bara snabbt titta igenom dem)

T230323:4) Beräkna $\int_1^{\infty} \frac{x+1}{x^3+4x} dx$ och $\int_0^{\infty} \frac{x+1}{x^3+4x} dx$ eller visa divergens.

T230111:5) (a) Formulera analysens huvudsats.

(b) Låt $f(x) = \int_x^{2x} \frac{e^t}{t^2} dt$. Visa att f antar ett minsta värde på $x > 0$ och ange för vilket/vilka x som det sker.

T220607:6) Visa att $\sum_{k=1}^n \frac{k+1}{k^3+k} < \frac{5}{2}$ för alla $n = 1, 2, 3, \dots$

T220823:6) Visa att $\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \leq \int_0^{1/\sqrt{2}} \sin(\pi x^2) dx \leq \frac{3}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2}$.

Innehåller dina svar på fråga 1) – 5) den information som behövs för att lösa uppgifterna eller har du glömt något? Komplettera dina svar med det du missat.

Efterarbete: Plugga in dina svar på fråga 1) – 6) och lägg sedan svaren på dessa frågor på något säkert ställe. Du kommer att behöva dina svar på kursens sista vinjett och när du börjar repetera inför tentan.