Tillämpningar av dekomposition: Flervaruflödesproblemet

$$
\begin{array}{llcll}
v^* = \min & \displaystyle\sum_{k \in C} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji}^k & = & r_i^k & \text{för alla } i \in N, k \in C \quad (1) \\
& \displaystyle\sum_{k \in C} x_{ij}^k & \leq & b_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A \quad (2) \\
& x_{ij}^k & \geq & 0 & \text{för alla } (i,j) \in A,\ k \in \quad (3)
\end{array}
$$

Tillämpningar av dekomposition: Flervaruflödesproblemet

$$
\begin{array}{llcll}
v^* = \min & \displaystyle\sum_{k \in C} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji}^k & = & r_i^k & \text{för alla } i \in N, k \in C \quad (1) \\
& \displaystyle\sum_{k \in C} x_{ij}^k & \leq & b_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A \quad (2) \\
& x_{ij}^k & \geq & 0 & \text{för alla } (i,j) \in A,\ k \in \quad (3)
\end{array}
$$

Struktur: Om man relaxerar kapacitetsbivillkoren (2), faller subproblemet isär i ett vanligt minkostnadsflödesproblem för varje vara.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

En **Lagrangeheuristik** använder en Lagrangerelaxation som subproblem, och löser Lagrangedualen med subgradientoptimering, kombinerat med en primal heuristik som ger primalt tillåtna lösningar.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

En **Lagrangeheuristik** använder en Lagrangerelaxation som subproblem, och löser Lagrangedualen med subgradientoptimering, kombinerat med en primal heuristik som ger primalt tillåtna lösningar.

Relaxera kapacitetsbivillkoren (2), med multiplikatorerna, u_{ij}.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

En **Lagrangeheuristik** använder en Lagrangerelaxation som subproblem, och löser Lagrangedualen med subgradientoptimering, kombinerat med en primal heuristik som ger primalt tillåtna lösningar.

Relaxera kapacitetsbivillkoren (2), med multiplikatorerna, u_{ij}.

Låt $X_k = \{x^k : \sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji}^k = r_i^k \quad \text{för alla } i \in N,\ x \geq 0\}$.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

En **Lagrangeheuristik** använder en Lagrangerelaxation som subproblem, och löser Lagrangedualen med subgradientoptimering, kombinerat med en primal heuristik som ger primalt tillåtna lösningar.

Relaxera kapacitetsbivillkoren (2), med multiplikatorerna, u_{ij}.

Låt $X_k = \{x^k : \sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji}^k = r_i^k \quad \text{för alla } i \in N,\ x \geq 0\}$.

Subproblemet blir

$$\varphi(\bar{u}) = \sum_{k\in C} g_k(\bar{u}) - \sum_{(i,j)\in A} \bar{u}_{ij} b_{ij}$$

där, för alla $k \in \mathcal{C}$,

$$g_k(\bar{u}) = \min \sum_{(i,j)\in A} \bar{c}_{ij}^k x_{ij}^k \quad \text{s.t.} \quad x^k \in X_k \qquad \text{(DS)}$$

och $\bar{c}_{ij}^k = c_{ij}^k + \bar{u}_{ij}$.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

En **Lagrangeheuristik** använder en Lagrangerelaxation som subproblem, och löser Lagrangedualen med subgradientoptimering, kombinerat med en primal heuristik som ger primalt tillåtna lösningar.

Relaxera kapacitetsbivillkoren (2), med multiplikatorerna, u_{ij}.

Låt $X_k = \{x^k : \sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji}^k = r_i^k \quad \text{för alla } i \in N,\ x \geq 0\}$.

Subproblemet blir

$$\varphi(\bar{u}) = \sum_{k\in C} g_k(\bar{u}) - \sum_{(i,j)\in A} \bar{u}_{ij} b_{ij}$$

där, för alla $k \in \mathcal{C}$,

$$g_k(\bar{u}) = \min \sum_{(i,j)\in A} \bar{c}_{ij}^k x_{ij}^k \quad \text{s.t.} \quad x^k \in X_k \qquad \text{(DS)}$$

och $\bar{c}_{ij}^k = c_{ij}^k + \bar{u}_{ij}$.

DS är ett linjärt minkostnadsflödesproblem för varje vara.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

Lagrangedualen kan lösas med subgradientoptimering.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

Lagrangedualen kan lösas med subgradientoptimering.

Multiplikatorerna, $\bar{u}$, uppdateras med en subgradient som fås som

$$\xi_{ij} = \sum_{k \in C} \bar{x}_{ij}^k - b_{ij} \text{ för alla } i, j$$

där $\bar{x}$ är lösningen till Lagrangerelaxationen, DS.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

Lagrangedualen kan lösas med subgradientoptimering.

Multiplikatorerna, $\bar{u}$, uppdateras med en subgradient som fås som

$$\xi_{ij} = \sum_{k \in C} \bar{x}_{ij}^k - b_{ij} \quad \text{för alla } i, j$$

där $\bar{x}$ är lösningen till Lagrangerelaxationen, DS.

I iteration l, sätts $\bar{u}^{(l+1)} = (\bar{u}^{(l)} + t^{(l)} \xi^{(l)})_+$, där $t^{(l)} = \lambda_l \dfrac{\hat{v} - \varphi(\bar{u}^{(l)})}{||\xi^{(l)}||^2}$,

$0 < \lambda_l < 2$ och $\hat{v} \geq v^*$.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

Lagrangedualen kan lösas med subgradientoptimering.

Multiplikatorerna, $\bar{u}$, uppdateras med en subgradient som fås som

$$\xi_{ij} = \sum_{k \in C} \bar{x}_{ij}^k - b_{ij} \text{ för alla } i, j$$

där $\bar{x}$ är lösningen till Lagrangerelaxationen, DS.

I iteration l, sätts $\bar{u}^{(l+1)} = (\bar{u}^{(l)} + t^{(l)} \xi^{(l)})_+$, där $t^{(l)} = \lambda_l \dfrac{\hat{v} - \varphi(\bar{u}^{(l)})}{||\xi^{(l)}||^2}$,

$0 < \lambda_l < 2$ och $\hat{v} \geq v^*$.

Lösningen till DS är oftast inte tillåten.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

Lagrangedualen kan lösas med subgradientoptimering.

Multiplikatorerna, $\bar{u}$, uppdateras med en subgradient som fås som

$$\xi_{ij} = \sum_{k \in C} \bar{x}_{ij}^k - b_{ij} \text{ för alla } i, j$$

där $\bar{x}$ är lösningen till Lagrangerelaxationen, DS.

I iteration l, sätts $\bar{u}^{(l+1)} = (\bar{u}^{(l)} + t^{(l)}\xi^{(l)})_+$, där $t^{(l)} = \lambda_l \dfrac{\hat{v} - \varphi(\bar{u}^{(l)})}{||\xi^{(l)}||^2}$,

$0 < \lambda_l < 2$ och $\hat{v} \geq v^*$.

Lösningen till DS är oftast inte tillåten.

Använd en *primal heuristik* för hitta tillåtna lösningar.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

Lagrangedualen kan lösas med subgradientoptimering.

Multiplikatorerna, $\bar{u}$, uppdateras med en subgradient som fås som

$$\xi_{ij} = \sum_{k \in C} \bar{x}_{ij}^k - b_{ij} \text{ för alla } i, j$$

där $\bar{x}$ är lösningen till Lagrangerelaxationen, DS.

I iteration l, sätts $\bar{u}^{(l+1)} = (\bar{u}^{(l)} + t^{(l)}\xi^{(l)})_+$, där $t^{(l)} = \lambda_l \dfrac{\hat{v} - \varphi(\bar{u}^{(l)})}{||\xi^{(l)}||^2}$, $0 < \lambda_l < 2$ och $\hat{v} \geq v^*$.

Lösningen till DS är oftast inte tillåten.

Använd en *primal heuristik* för hitta tillåtna lösningar.

Detta ger övre gränser, $\hat{v} \geq v^*$, som kan användas i steglängsformeln.

Flervaruflödesproblemet: Lagrangeheuristik

Lagrangedualen kan lösas med subgradientoptimering.

Multiplikatorerna, $\bar{u}$, uppdateras med en subgradient som fås som

$$\xi_{ij} = \sum_{k \in C} \bar{x}_{ij}^k - b_{ij} \text{ för alla } i, j$$

där $\bar{x}$ är lösningen till Lagrangerelaxationen, DS.

I iteration l, sätts $\bar{u}^{(l+1)} = (\bar{u}^{(l)} + t^{(l)}\xi^{(l)})_+$, där $t^{(l)} = \lambda_l \frac{\hat{v} - \varphi(\bar{u}^{(l)})}{||\xi^{(l)}||^2}$, $0 < \lambda_l < 2$ och $\hat{v} \geq v^*$.

Lösningen till DS är oftast inte tillåten.

Använd en *primal heuristik* för hitta tillåtna lösningar.

Detta ger övre gränser, $\hat{v} \geq v^*$, som kan användas i steglängsformeln.

Primal heuristik: Börja med lösningen till DS och omdirigera flödet i bågar där det totala flödet överskrider kapaciteten.

Flervaruflödesproblemet: Dantzig-Wolfedekomposition

Dantzig-Wolfedekomposition:

Flervaruflödesproblemet: Dantzig-Wolfedekomposition

Dantzig-Wolfedekomposition:

Samma subproblem.

Flervaruflödesproblemet: Dantzig-Wolfedekomposition

Dantzig-Wolfedekomposition:

Samma subproblem.

Masterproblemet:

$$
\begin{array}{rrclll}
v_{DM} = \min & \sum\limits_{l \in P} \lambda_l \big(\sum\limits_{k \in C} \sum\limits_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^{k(l)} \big) & & & & \\
\text{s.t.} & \sum\limits_{l \in P} \lambda_l \big(\sum\limits_{k \in C} x_{ij}^{k(l)} \big) & \leq & b_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A & (1) \\
& \sum\limits_{l \in P} \lambda_l & = & 1 & & (2) \\
& \lambda_l & \geq & 0 & \text{för alla } l \in P & (3)
\end{array}
\qquad \text{(DM)}
$$

där $x^{(l)}$ är lösningen till subproblemet i iteration l.

Flervaruflödesproblemet: Dantzig-Wolfedekomposition

Dantzig-Wolfedekomposition:

Samma subproblem.

Masterproblemet:

$$
\begin{array}{rrcll}
v_{DM} = \min & \sum_{l \in P} \lambda_l \left(\sum_{k \in C} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^{k(l)} \right) & & & \\
\text{s.t.} & \sum_{l \in P} \lambda_l \left(\sum_{k \in C} x_{ij}^{k(l)} \right) & \leq & b_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A \quad (1) \\
& \sum_{l \in P} \lambda_l & = & 1 & \quad (2) \\
& \lambda_l & \geq & 0 & \text{för alla } l \in P \quad (3)
\end{array}
\qquad (\text{DM})
$$

där $x^{(l)}$ är lösningen till subproblemet i iteration l.

DM ger en övre gräns på v^* och $\bar{u}$ till DS. DS ger en undre gräns på v^* och en ny lösning $x^{(l)}$ till DM.

Flervaruflödesproblemet: Dantzig-Wolfedekomposition

Dantzig-Wolfedekomposition:

Samma subproblem.

Masterproblemet:

$$
\begin{array}{rrcll}
v_{DM} = \min & \displaystyle\sum_{l \in P} \lambda_l \Big(\sum_{k \in C} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^{k(l)}\Big) & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{l \in P} \lambda_l \Big(\sum_{k \in C} x_{ij}^{k(l)}\Big) & \leq & b_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A \quad (1) \\
& \displaystyle\sum_{l \in P} \lambda_l & = & 1 & \quad (2) \\
& \lambda_l & \geq & 0 & \text{för alla } l \in P \quad (3)
\end{array}
\qquad (DM)
$$

där $x^{(l)}$ är lösningen till subproblemet i iteration l.

DM ger en övre gräns på v^* och $\bar{u}$ till DS. DS ger en undre gräns på v^* och en ny lösning $x^{(l)}$ till DM.

Efter ett ändligt antal iterationer fås exakt optimum av
$x_{ij}^k = \sum_{l \in P} \lambda_l x_{ij}^{k(l)}$ för alla $(i,j) \in A$, för alla $k \in C$.

Flödesproblemet med fasta kostnader

Bendersdekomposition:

Flödesproblemet med fasta kostnader

Bendersdekomposition: Subproblemet fås genom fixering av y-variablerna, vilket ger ett vanligt linjärt minkostnadsflödesproblem.

Flödesproblemet med fasta kostnader

Bendersdekomposition: Subproblemet fås genom fixering av y-variablerna, vilket ger ett vanligt linjärt minkostnadsflödesproblem.

$$
\begin{array}{rlrcll}
\psi(\bar{y}) = \min & \displaystyle\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij}\bar{y}_{ij} & & & & \text{(PS)} \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji} & = & b_i & \text{för alla } i \in N & \\
 & x_{ij} & \leq & u_{ij}\bar{y}_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A & \\
 & x_{ij} & \geq & 0 & \text{för alla } (i,j) \in A &
\end{array}
$$

Flödesproblemet med fasta kostnader

Bendersdekomposition: Subproblemet fås genom fixering av y-variablerna, vilket ger ett vanligt linjärt minkostnadsflödesproblem.

$$\begin{array}{rrcll}
\psi(\bar{y}) = \min & \displaystyle\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij}\bar{y}_{ij} & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji} & = & b_i & \text{för alla } i \in N \\
& x_{ij} & \leq & u_{ij}\bar{y}_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A \\
& x_{ij} & \geq & 0 & \text{för alla } (i,j) \in A
\end{array} \qquad \text{(PS)}$$

$x_{ij} = 0$ om $\bar{y}_{ij} = 0$, så problemet kan lösas i det mindre nätverket $\bar{A} = \{(i,j) \in A : \bar{y}_{ij} = 1\}$.

Flödesproblemet med fasta kostnader

Bendersdekomposition: Subproblemet fås genom fixering av y-variablerna, vilket ger ett vanligt linjärt minkostnadsflödesproblem.

$$
\begin{array}{rrcll}
\psi(\bar{y}) = \min & \displaystyle\sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij}\bar{y}_{ij} & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{j:(i,j)\in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in A} x_{ji} & = & b_i & \text{för alla } i \in N \\
& x_{ij} & \leq & u_{ij}\bar{y}_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in A \\
& x_{ij} & \geq & 0 & \text{för alla } (i,j) \in A
\end{array}
\quad \text{(PS)}
$$

$x_{ij} = 0$ om $\bar{y}_{ij} = 0$, så problemet kan lösas i det mindre nätverket $\bar{A} = \{(i,j) \in A : \bar{y}_{ij} = 1\}$.

$$
\begin{array}{rrcll}
\psi(\bar{y}) = \min & \displaystyle\sum_{(i,j)\in \bar{A}} c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j)\in \bar{A}} f_{ij} & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{j:(i,j)\in \bar{A}} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in \bar{A}} x_{ji} & = & b_i & \text{för alla } i \in N \\
& 0 \leq x_{ij} & \leq & u_{ij} & \text{för alla } (i,j) \in \bar{A}
\end{array}
$$

Flödesproblemet med fasta kostnader

LP-dualen till PS blir

$$
\begin{array}{rrcll}
\psi(\bar{y}) = \max & \sum_{i \in N} b_i \alpha_i - \sum_{(i,j) \in A} u_{ij} \bar{y}_{ij} \beta_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} \bar{y}_{ij} & & & \\
\text{då} & -\alpha_i + \alpha_j - \beta_{ij} & \leq & c_{ij} & \forall (i,j) \in A \\
 & \beta_{ij} & \geq & 0 & \forall (i,j) \in A
\end{array}
\qquad \text{(DPS)}
$$

Flödesproblemet med fasta kostnader

LP-dualen till PS blir

$$\begin{array}{llrcll} \psi(\bar{y}) = \max & \displaystyle\sum_{i\in N} b_i\alpha_i - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij}\bar{y}_{ij}\beta_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij}\bar{y}_{ij} & & & & \\ \text{då} & -\alpha_i + \alpha_j - \beta_{ij} & \leq & c_{ij} & \forall (i,j) \in A \\ & \beta_{ij} & \geq & 0 & \forall (i,j) \in A \end{array} \qquad \text{(DPS)}$$

När man löser PS fås nodpriser (α) samt reducerade kostnader, $\hat{c}_{ij} = c_{ij} + \alpha_i - \alpha_j$. De duala bivillkoren blir då $\beta_{ij} \geq -\hat{c}_{ij}$. Vi har även bivillkoren $\beta_{ij} \geq 0$, och vi vill minimera β_{ij}. Vi kan skriva bivillkoren på β_{ij} som $\beta_{ij} \geq \max(0, -\hat{c}_{ij})$.

Flödesproblemet med fasta kostnader

LP-dualen till PS blir

$$\begin{array}{rrcll} \psi(\bar{y}) = \max & \displaystyle\sum_{i \in N} b_i \alpha_i - \sum_{(i,j) \in A} u_{ij} \bar{y}_{ij} \beta_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} \bar{y}_{ij} & & & \\ \text{då} & -\alpha_i + \alpha_j - \beta_{ij} & \leq & c_{ij} & \forall (i,j) \in A \\ & \beta_{ij} & \geq & 0 & \forall (i,j) \in A \end{array} \qquad \text{(DPS)}$$

När man löser PS fås nodpriser (α) samt reducerade kostnader, $\hat{c}_{ij} = c_{ij} + \alpha_i - \alpha_j$. De duala bivillkoren blir då $\beta_{ij} \geq -\hat{c}_{ij}$. Vi har även bivillkoren $\beta_{ij} \geq 0$, och vi vill minimera β_{ij}. Vi kan skriva bivillkoren på β_{ij} som $\beta_{ij} \geq \max(0, -\hat{c}_{ij})$.

Värdet på β_{ij} fås alltså som:

$\beta_{ij} = 0$ om $\hat{c}_{ij} \geq 0$, och $\beta_{ij} = -\hat{c}_{ij}$ om $\hat{c}_{ij} < 0$.

Flödesproblemet med fasta kostnader

Benders masterproblem:

$$
\begin{aligned}
v_{PM} = \quad \min \quad & q + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} y_{ij} & \text{(PM)} \\
\text{s.t.} \quad & q \geq \sum_{i\in N} b_i \alpha_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \beta_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in P \\
& 0 \geq \sum_{i\in N} b_i \tilde{\alpha}_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \tilde{\beta}_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in R \\
& y_{ij} \in \{0,1\} \;\; \text{för alla } (i,j) \in A
\end{aligned}
$$

Flödesproblemet med fasta kostnader

Benders masterproblem:

$$
\begin{aligned}
v_{PM} = \quad \min \quad & q + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} y_{ij} && \text{(PM)} \\
\text{s.t.} \quad & q \geq \sum_{i\in N} b_i \alpha_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \beta_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in P \\
& 0 \geq \sum_{i\in N} b_i \tilde{\alpha}_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \tilde{\beta}_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in R \\
& y_{ij} \in \{0, 1\} \;\; \text{för alla } (i,j) \in A
\end{aligned}
$$

PS ger övre gränser på v^* och duala lösningar, $\alpha^{(l)}$ och $\beta^{(l)}$ (eller obegränsade duala lösningar $\tilde{\alpha}^{(l)}$ och $\tilde{\beta}^{(l)}$), för PM, och PM ger undre gränser på v^* och ett nytt $\bar{y}$ för PS. Konvergensen är exakt och ändlig.

Flödesproblemet med fasta kostnader

Benders masterproblem:

$$
\begin{aligned}
v_{PM} = \quad \min \quad & q + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} y_{ij} && \text{(PM)} \\
\text{s.t.} \quad & q \geq \sum_{i\in N} b_i \alpha_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \beta_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in P \\
& 0 \geq \sum_{i\in N} b_i \tilde{\alpha}_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \tilde{\beta}_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in R \\
& y_{ij} \in \{0,1\} \ \text{ för alla } (i,j) \in A
\end{aligned}
$$

PS ger övre gränser på v^* och duala lösningar, $\alpha^{(l)}$ och $\beta^{(l)}$ (eller obegränsade duala lösningar $\tilde{\alpha}^{(l)}$ och $\tilde{\beta}^{(l)}$), för PM, och PM ger undre gränser på v^* och ett nytt $\bar{y}$ för PS. Konvergensen är exakt och ändlig.

Tillåtenhetssnitten ska se till att det installeras tillräckligt med kapacitet för att efterfrågat flöde ska komma fram.

Flödesproblemet med fasta kostnader

Benders masterproblem:

$$
\begin{aligned}
v_{PM} = \quad \min \quad & q + \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} y_{ij} & \text{(PM)} \\
\text{s.t.} \quad & q \geq \sum_{i\in N} b_i \alpha_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \beta_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in P \\
& 0 \geq \sum_{i\in N} b_i \tilde{\alpha}_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} u_{ij} \tilde{\beta}_{ij}^{(l)} y_{ij} \quad \text{för alla } l \in R \\
& y_{ij} \in \{0,1\} \ \text{ för alla } (i,j) \in A
\end{aligned}
$$

PS ger övre gränser på v^* och duala lösningar, $\alpha^{(l)}$ och $\beta^{(l)}$ (eller obegränsade duala lösningar $\tilde{\alpha}^{(l)}$ och $\tilde{\beta}^{(l)}$), för PM, och PM ger undre gränser på v^* och ett nytt $\bar{y}$ för PS. Konvergensen är exakt och ändlig.

Tillåtenhetssnitten ska se till att det installeras tillräckligt med kapacitet för att efterfrågat flöde ska komma fram.

Ibland finns det en tillåten lösning med redan existerande bågar (med $f_{ij} = 0$), och då behövs inte tillåtenhetssnitten.

Flödesproblemet med fasta kostnader

För bågar med $f_{ij} = 0$ kan man redan i förväg fixera $y_{ij} = 1$.

Flödesproblemet med fasta kostnader

För bågar med $f_{ij} = 0$ kan man redan i förväg fixera $y_{ij} = 1$.

Låt $A_0 = \{(i,j) : f_{ij} = 0\}$ och $A_1 = A \setminus A_0$ (A_0 är bågarna med fast kostnad noll och A_1 bågarna med positiv fast kostnad), och fixera $y_{ij} = 1$ för alla $(i,j) \in A_0$.

Flödesproblemet med fasta kostnader

För bågar med $f_{ij} = 0$ kan man redan i förväg fixera $y_{ij} = 1$.

Låt $A_0 = \{(i,j) : f_{ij} = 0\}$ och $A_1 = A \setminus A_0$ (A_0 är bågarna med fast kostnad noll och A_1 bågarna med positiv fast kostnad), och fixera $y_{ij} = 1$ för alla $(i,j) \in A_0$.

Benderssnitten kan då skrivas som

$$q \geq C_0^l + \sum_{(i,j)\in A_1} \bar{u}_{ij}\beta_{ij}^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A_1} u_{ij}\beta_{ij}^{(l)} y_{ij}$$

Flödesproblemet med fasta kostnader

För bågar med $f_{ij} = 0$ kan man redan i förväg fixera $y_{ij} = 1$.

Låt $A_0 = \{(i,j) : f_{ij} = 0\}$ och $A_1 = A \setminus A_0$ (A_0 är bågarna med fast kostnad noll och A_1 bågarna med positiv fast kostnad), och fixera $y_{ij} = 1$ för alla $(i,j) \in A_0$.

Benderssnitten kan då skrivas som

$$q \geq C_0^l + \sum_{(i,j)\in A_1} \bar{u}_{ij}\beta_{ij}^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A_1} u_{ij}\beta_{ij}^{(l)} y_{ij}$$

där $C_0^l = \sum_{i\in N} b_i \alpha_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} \bar{u}_{ij}\beta_{ij}^{(l)}$

och $\bar{u}_{ij}$ är den kapacitet man använt när man löste subproblemet som gav $\alpha^{(l)}$ och $\beta^{(l)}$ (vanligtvis är $\bar{u}_{ij} = u_{ij}\bar{y}_{ij}$).

Flödesproblemet med fasta kostnader

För bågar med $f_{ij} = 0$ kan man redan i förväg fixera $y_{ij} = 1$.

Låt $A_0 = \{(i,j) : f_{ij} = 0\}$ och $A_1 = A \setminus A_0$ (A_0 är bågarna med fast kostnad noll och A_1 bågarna med positiv fast kostnad), och fixera $y_{ij} = 1$ för alla $(i,j) \in A_0$.

Benderssnitten kan då skrivas som

$$q \geq C_0^l + \sum_{(i,j)\in A_1} \bar{u}_{ij}\beta_{ij}^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A_1} u_{ij}\beta_{ij}^{(l)} y_{ij}$$

där $C_0^l = \sum_{i\in N} b_i\alpha_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} \bar{u}_{ij}\beta_{ij}^{(l)}$

och $\bar{u}_{ij}$ är den kapacitet man använt när man löste subproblemet som gav $\alpha^{(l)}$ och $\beta^{(l)}$ (vanligtvis är $\bar{u}_{ij} = u_{ij}\bar{y}_{ij}$).

Man kan direkt beräkna konstanten C_0^l när man har löser subproblemet, och behöver inte spara de många $\beta_{ij}^{(l)}$ för $(i,j) \in A_0$, utan bara de få $\beta_{ij}^{(l)}$ för $(i,j) \in A_1$.

Flödesproblemet med fasta kostnader

För bågar med $f_{ij} = 0$ kan man redan i förväg fixera $y_{ij} = 1$.

Låt $A_0 = \{(i,j) : f_{ij} = 0\}$ och $A_1 = A \setminus A_0$ (A_0 är bågarna med fast kostnad noll och A_1 bågarna med positiv fast kostnad), och fixera $y_{ij} = 1$ för alla $(i,j) \in A_0$.

Benderssnitten kan då skrivas som

$$q \geq C_0^l + \sum_{(i,j)\in A_1} \bar{u}_{ij}\beta_{ij}^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A_1} u_{ij}\beta_{ij}^{(l)} y_{ij}$$

där $C_0^l = \sum_{i\in N} b_i\alpha_i^{(l)} - \sum_{(i,j)\in A} \bar{u}_{ij}\beta_{ij}^{(l)}$

och $\bar{u}_{ij}$ är den kapacitet man använt när man löste subproblemet som gav $\alpha^{(l)}$ och $\beta^{(l)}$ (vanligtvis är $\bar{u}_{ij} = u_{ij}\bar{y}_{ij}$).

Man kan direkt beräkna konstanten C_0^l när man har löser subproblemet, och behöver inte spara de många $\beta_{ij}^{(l)}$ för $(i,j) \in A_0$, utan bara de få $\beta_{ij}^{(l)}$ för $(i,j) \in A_1$. (Vineopt kan göra detta.)

Anläggninglokalisering

$$
\begin{array}{llrcll}
v^* = & \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i & & & & \\
 & \text{s.t.} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m} x_{ij} & = & 1 & \text{för alla } j & (1) \\
 & & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} & \leq & s_i y_i & \text{för alla } i & (2) \\
 & & x_{ij} & \leq & y_i & \text{för alla } i,j & (3) \\
 & & 0 \leq x_j & \leq & 1 & \text{för alla } i,j & (4) \\
 & & y_i & \in & \{0,1\} & \text{för alla } i & (5)
\end{array}
\qquad \text{(CFLP)}
$$

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Lagrangerelaxation:

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Lagrangerelaxation:

Lagrangerelaxera bivillkor 1, dvs. efterfrågevillkoren.

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Lagrangerelaxation:

Lagrangerelaxera bivillkor 1, dvs. efterfrågevillkoren.

$$
\begin{array}{rrcll}
\varphi(u) = & \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i + \sum_{j=1}^{n} u_j(1 - \sum_{i=1}^{m} x_{ij}) & & \\
& \text{då} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} \;\; \leq \;\; s_i y_i & \text{för alla } i & \\
& & x_{ij} \;\; \leq \;\; y_i & \text{för alla } i,j & \\
& & 0 \leq x_{ij} \;\; \leq \;\; 1 & \text{för alla } i,j & \\
& & y_i \;\; \in \;\; \{0,1\} & \text{för alla } i &
\end{array}
\qquad \text{(DS)}
$$

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Lagrangerelaxation:

Lagrangerelaxera bivillkor 1, dvs. efterfrågevillkoren.

$$\begin{array}{rrcll}
\varphi(u) = \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i + \sum_{j=1}^{n} u_j(1 - \sum_{i=1}^{m} x_{ij}) & & & \\
\text{då} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} & \leq & s_i y_i & \text{för alla } i \\
 & x_{ij} & \leq & y_i & \text{för alla } i,j \\
 & 0 \leq x_{ij} & \leq & 1 & \text{för alla } i,j \\
 & y_i & \in & \{0,1\} & \text{för alla } i
\end{array} \qquad \text{(DS)}$$

Obs: inga bivillkor binder ihop i.

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Lagrangerelaxation:

Lagrangerelaxera bivillkor 1, dvs. efterfrågevillkoren.

$$
\begin{array}{rrcll}
\varphi(u) = \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i + \sum_{j=1}^{n} u_j(1 - \sum_{i=1}^{m} x_{ij}) & & & \\
\text{då} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} & \leq & s_i y_i & \text{för alla } i \\
 & x_{ij} & \leq & y_i & \text{för alla } i,j \\
 & 0 \leq x_{ij} & \leq & 1 & \text{för alla } i,j \\
 & y_i & \in & \{0,1\} & \text{för alla } i
\end{array}
\qquad \text{(DS)}
$$

Obs: inga bivillkor binder ihop i. DS separerar i ett problem per i.

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Lagrangerelaxation:

Lagrangerelaxera bivillkor 1, dvs. efterfrågevillkoren.

$$
\begin{array}{rrcll}
\varphi(u) = \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i + \sum_{j=1}^{n} u_j\left(1 - \sum_{i=1}^{m} x_{ij}\right) & & & \\
\text{då} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} & \leq & s_i y_i & \text{för alla } i \\
& x_{ij} & \leq & y_i & \text{för alla } i,j \\
& 0 \leq x_{ij} & \leq & 1 & \text{för alla } i,j \\
& y_i & \in & \{0,1\} & \text{för alla } i
\end{array}
\qquad \text{(DS)}
$$

Obs: inga bivillkor binder ihop i. DS separerar i ett problem per i.

Lös DS genom att lösa problemet i x, med y tillfälligt fixerad, och sedan lösa det resulterande problemet i endast y.

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Om $y_i = 1$, fås följande kontinuerliga kappsäcksproblem.

$$\min \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} - u_j) x_{ij} \quad \text{s.t.} \ \sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} \leq s_i, \ 0 \leq x_{ij} \leq 1 \ \text{ för alla } j$$

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Om $y_i = 1$, fås följande kontinuerliga kappsäcksproblem.

$$\min \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} - u_j) x_{ij} \quad \text{s.t.} \ \sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} \leq s_i, \ 0 \leq x_{ij} \leq 1 \ \text{ för alla } j$$

Om $k = \arg\min_j (c_{ij} - u_j)/d_j$, så fås lösningen $x_{ik} = s_i y_i / d_k$ och $x_{ij} = 0$ för alla $j \neq k$.

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Om $y_i = 1$, fås följande kontinuerliga kappsäcksproblem.

$$\min \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} - u_j) x_{ij} \quad \text{s.t.} \; \sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} \leq s_i, \; 0 \leq x_{ij} \leq 1 \; \text{ för alla } j$$

Om $k = \arg\min_j (c_{ij} - u_j)/d_j$, så fås lösningen $x_{ik} = s_i y_i / d_k$ och $x_{ij} = 0$ för alla $j \neq k$.

Sätt in detta i DS. Kvar blir bara

$$\varphi(\bar{u}) = C + \min \sum_{i=1}^{m} \hat{f}_i y_i \quad \text{då } y_i \in \{0,1\} \; \text{ för alla } i$$

där $\hat{f}_i = f_i + (c_{ik} - u_k) s_i / d_k$ och $C = \sum_{j=1}^{n} \bar{u}_j$.

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Om $y_i = 1$, fås följande kontinuerliga kappsäcksproblem.

$$\min \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} - u_j) x_{ij} \quad \text{s.t.} \ \sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} \le s_i, \ 0 \le x_{ij} \le 1 \ \text{ för alla } j$$

Om $k = \arg\min_j (c_{ij} - u_j)/d_j$, så fås lösningen $x_{ik} = s_i y_i / d_k$ och $x_{ij} = 0$ för alla $j \neq k$.

Sätt in detta i DS. Kvar blir bara

$$\varphi(\bar{u}) = C + \min \sum_{i=1}^{m} \hat{f}_i y_i \quad \text{då } y_i \in \{0,1\} \ \text{ för alla } i$$

där $\hat{f}_i = f_i + (c_{ik} - u_k) s_i / d_k$ och $C = \sum_{j=1}^{n} \bar{u}_j$.

Trivialt att lösa:
Sätt $y_i = 1$ om $\hat{f}_i \le 0$.
Sätt $y_i = 0$ om $\hat{f}_i > 0$.

Anläggninglokalisering: Lagrangeheuristik

Om $y_i = 1$, fås följande kontinuerliga kappsäcksproblem.

$$\min \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} - u_j)x_{ij} \quad \text{s.t.} \ \sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} \leq s_i, \ 0 \leq x_{ij} \leq 1 \ \text{ för alla } j$$

Om $k = \arg\min_j (c_{ij} - u_j)/d_j$, så fås lösningen $x_{ik} = s_i y_i / d_k$ och $x_{ij} = 0$ för alla $j \neq k$.

Sätt in detta i DS. Kvar blir bara

$$\varphi(\bar{u}) = C + \min \sum_{i=1}^{m} \hat{f}_i y_i \quad \text{då } y_i \in \{0,1\} \ \text{ för alla } i$$

där $\hat{f}_i = f_i + (c_{ik} - u_k)s_i/d_k$ och $C = \sum_{j=1}^{n} \bar{u}_j$.

Trivialt att lösa:

Sätt $y_i = 1$ om $\hat{f}_i \leq 0$.

Sätt $y_i = 0$ om $\hat{f}_i > 0$.

Vi får då $\varphi(\bar{u}) = C + \sum_{i=1}^{m} \min(\hat{f}_i, 0)$.

Anläggninglokalisering

Subgradientoptimering:

Anläggninglokalisering

Subgradientoptimering:

En subgradient fås som $\xi_j = 1 - \sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{ij}$ för alla j, där $\bar{x}$ är optimal i DS.

Anläggninglokalisering

Subgradientoptimering:

En subgradient fås som $\xi_j = 1 - \sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{ij}$ för alla j, där $\bar{x}$ är optimal i DS.

1. Välj en startpunkt, $u^{(1)}$, sätt $\underline{v} = -\infty$ och $k = 1$, välj $\epsilon_1 > 0$ och $\epsilon_2 > 0$, initiera $\bar{v}$.
2. Lös subproblemet, DS, vilket ger $\varphi(u^{(k)})$ och $(\bar{x}, \bar{y})$.
   Om $\varphi(u^{(k)}) > \underline{v}$, låt $\underline{v} = \varphi(u^{(k)})$ och spara $u^{(k)}$ som den bästa duala lösningen hittills.
3. Försök att modifiera $(\bar{x}, \bar{y})$ till en tillåten lösning, och uppdatera eventuellt $\bar{v}$.
4. Beräkna sökriktning $\xi^{(k)}$, och en steglängd, $t^{(k)}$, med steglängsformeln nedan. Låt $u^{(k+1)} = u^{(k)} + t^{(k)}\xi^{(k)}$.
5. Stoppa om: $\|d^{(k)}\| \leq \epsilon_1$, $\|u^{(k+1)} - u^{(k)}\| \leq \epsilon_2$ eller $k \geq K$. Annars sätt $k = k + 1$ och gå till steg 2.

Anläggninglokalisering

En primal heuristik:
Fixera y-delen av lösningen till DS och lös det återstående problemet i x till optimalitet. (Liknar Benders subproblem, PS.)

Anläggninglokalisering

En primal heuristik:
Fixera y-delen av lösningen till DS och lös det återstående problemet i x till optimalitet. (Liknar Benders subproblem, PS.)

Blir ett kapaciterat transportproblem, som effektivt kan lösas med en nätverkskod.

Anläggninglokalisering

En primal heuristik:
Fixera y-delen av lösningen till DS och lös det återstående problemet i x till optimalitet. (Liknar Benders subproblem, PS.)

Blir ett kapaciterat transportproblem, som effektivt kan lösas med en nätverkskod.

En annan möjlighet:

1. Ta bort leveranser från kunder som får mer än sin efterfrågan. Leveranserna från anläggningar med de högsta transportkostnaderna avlägsnas först.
2. Lägg till leveranser till kunder inte får tillräckligt. Jämför först öppna anläggningar med återstående kapacitet, och välj en med minst transportkostnader. Om ingen öppen anläggning kan tillgodose efterfrågan, måste en ny anläggning öppnas. Välj då den med minst total kostnad, transportkostnad plus fast kostnad, relativt kunden.

Anläggninglokalisering

En primal heuristik:
Fixera y-delen av lösningen till DS och lös det återstående problemet i x till optimalitet. (Liknar Benders subproblem, PS.)

Blir ett kapaciterat transportproblem, som effektivt kan lösas med en nätverkskod.

En annan möjlighet:

1. Ta bort leveranser från kunder som får mer än sin efterfrågan. Leveranserna från anläggningar med de högsta transportkostnaderna avlägsnas först.
2. Lägg till leveranser till kunder inte får tillräckligt. Jämför först öppna anläggningar med återstående kapacitet, och välj en med minst transportkostnader. Om ingen öppen anläggning kan tillgodose efterfrågan, måste en ny anläggning öppnas. Välj då den med minst total kostnad, transportkostnad plus fast kostnad, relativt kunden. (Jämför lab 4 i TAOP88.)

Anläggninglokalisering: Bendersdekomposition

Subproblemet fås genom fixering av y.

$$
\begin{array}{rrcll}
\psi(\bar{y}) = \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i\bar{y}_i & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m} x_{ij} & = & 1 & \text{för alla } j \quad (1) \\
& \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} & \leq & s_i\bar{y}_i & \text{för alla } i \quad (2) \\
& x_{ij} & \leq & \bar{y}_i & \text{för alla } i,j \quad (3) \\
& 0 \leq x_j & \leq & 1 & \text{för alla } i,j \quad (4)
\end{array}
\qquad \text{(PS)}
$$

Anläggninglokalisering: Bendersdekomposition

Subproblemet fås genom fixering av y.

$$
\begin{array}{rrcll}
\psi(\bar{y}) = \quad \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i\bar{y}_i & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m} x_{ij} & = & 1 & \text{för alla } j \quad (1) \\
& \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} & \leq & s_i\bar{y}_i & \text{för alla } i \quad (2) \\
& x_{ij} & \leq & \bar{y}_i & \text{för alla } i,j \quad (3) \\
& 0 \leq x_j & \leq & 1 & \text{för alla } i,j \quad (4)
\end{array}
\qquad (PS)
$$

$x_{ij} = 0$ för alla j om $\bar{y}_i = 0$.

Anläggninglokalisering: Bendersdekomposition

Subproblemet fås genom fixering av y.

$$
\begin{array}{rrcll}
\psi(\bar{y}) = \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} f_i\bar{y}_i & & & \\
\text{s.t.} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m} x_{ij} & = & 1 & \text{för alla } j \quad (1) \\
 & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_j x_{ij} & \leq & s_i\bar{y}_i & \text{för alla } i \quad (2) \\
 & x_{ij} & \leq & \bar{y}_i & \text{för alla } i,j \quad (3) \\
 & 0 \leq x_j & \leq & 1 & \text{för alla } i,j \quad (4)
\end{array}
\qquad (PS)
$$

$x_{ij} = 0$ för alla j om $\bar{y}_i = 0$.

Låt $I = \{i : \bar{y}_i = 1\}$. Subproblemet är då ett transportproblem med anläggningarna i I som källor och kunderna som sänkor.

Anläggninglokalisering: Bendersdekomposition

Benders masterproblem, PM:

$$
\begin{aligned}
v_{PM} = \quad \min \quad & q + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i \\
\text{s.t.} \quad & q \geq \sum_{j=1}^{n} \alpha_j^{(l)} - \sum_{i=1}^{m} \beta_i^{(l)} s_i y_i - \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}^{(l)} y_i \quad \text{för alla } l \in P \\
& \sum_{i=1}^{m} s_i y_i \geq D_{TOT} \\
& y_i \in \{0, 1\} \;\; \text{för alla } i
\end{aligned}
$$

Anläggninglokalisering: Bendersdekomposition

Benders masterproblem, PM:

$$
\begin{aligned}
v_{PM} = \quad \min \quad & q + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i \\
\text{s.t.} \quad & q \geq \sum_{j=1}^{n} \alpha_j^{(l)} - \sum_{i=1}^{m} \beta_i^{(l)} s_i y_i - \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}^{(l)} y_i \quad \text{för alla } l \in P \\
& \sum_{i=1}^{m} s_i y_i \geq D_{TOT} \\
& y_i \in \{0, 1\} \ \ \text{för alla } i
\end{aligned}
$$

$D_{TOT} = \sum_j d_j$ och bivillkoret säger att total öppnad kapacitet inte får vara mindre än total efterfrågan.

Anläggninglokalisering: Bendersdekomposition

Benders masterproblem, PM:

$$
\begin{aligned}
v_{PM} = \quad \min \quad & q + \sum_{i=1}^{m} f_i y_i \\
\text{s.t.} \quad & q \geq \sum_{j=1}^{n} \alpha_j^{(l)} - \sum_{i=1}^{m} \beta_i^{(l)} s_i y_i - \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}^{(l)} y_i \quad \text{för alla } l \in P \\
& \sum_{i=1}^{m} s_i y_i \geq D_{TOT} \\
& y_i \in \{0, 1\} \;\; \text{för alla } i
\end{aligned}
$$

$D_{TOT} = \sum_j d_j$ och bivillkoret säger att total öppnad kapacitet inte får vara mindre än total efterfrågan.

PS ger övre gränser på v^* och duala lösningar, $\alpha^{(l)}$, $\beta^{(l)}$ och $\gamma^{(l)}$, för PM, medan PM ger undre gränser på v^* och ett $\bar{y}$ för PS. Metoden har exakt, ändlig konvergens.

Korsdekomposition

För anläggningslokalisering:

Korsdekomposition

För anläggningslokalisering:

Iterera mellan Lagrangerelaxationen/Dantzig-Wolfes subproblem (DS) och Benders subproblem (PS).

Korsdekomposition

För anläggningslokalisering:

Iterera mellan Lagrangerelaxationen/Dantzig-Wolfes subproblem (DS) och Benders subproblem (PS).

DS behöver u och ger x och y samt en undre gräns.

Korsdekomposition

För anläggningslokalisering:

Iterera mellan Lagrangerelaxationen/Dantzig-Wolfes subproblem (DS) och Benders subproblem (PS).

DS behöver u och ger x och y samt en undre gräns.

PS behöver y och ger α och β samt en övre gräns och en tillåten lösning.

Korsdekomposition

För anläggningslokalisering:

Iterera mellan Lagrangerelaxationen/Dantzig-Wolfes subproblem (DS) och Benders subproblem (PS).

DS behöver u och ger x och y samt en undre gräns.

PS behöver y och ger α och β samt en övre gräns och en tillåten lösning.

α är u.

Korsdekomposition

För anläggningslokalisering:

Iterera mellan Lagrangerelaxationen/Dantzig-Wolfes subproblem (DS) och Benders subproblem (PS).

DS behöver u och ger x och y samt en undre gräns.

PS behöver y och ger α och β samt en övre gräns och en tillåten lösning.

α är u.

Två lättlösta subproblem.

Korsdekomposition

För anläggningslokalisering:

Iterera mellan Lagrangerelaxationen/Dantzig-Wolfes subproblem (DS) och Benders subproblem (PS).

DS behöver u och ger x och y samt en undre gräns.

PS behöver y och ger α och β samt en övre gräns och en tillåten lösning.

α är u.

Två lättlösta subproblem.

När det slutar konvergera, använd något av masterproblemen.